KỸ THUẬT SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO - VINACAL

I. MỘT SỐ CHỨC NĂNG CHÍNH MÁY TÍNH CẦM TAY PHỤC VỤ KÌ THI THPT QUỐC GIA

1. Những quy ước mặc định

+ Các phím chữ ***màu trắng*** thì ấn ***trực tiếp***.

+ Các phím chữ ***màu vàng*** thì ấn sau phím **SHIFT**.

+ Các phím chữ ***màu đỏ*** thì ấn sau phím **ALPHA**.

2. Bấm các kí tự biến số

Bấm phím **ALPHA** kết hợp với phím chứa các biến.

+ Để gán một số vào ô nhớ A gõ:

SỐ CẦN GÁN → [SHIFT] → [RCL] (STO) → [(–)] [A]

+ Để truy xuất số trong ô nhớ A gõ: [ALPHA] [(–)]

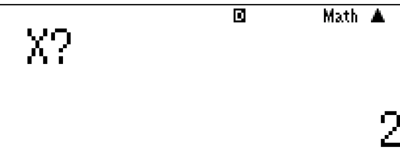
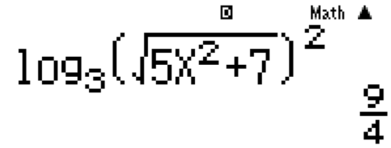
Biến số A	Biến số B	Biến số C	.....	Biến số M
			.....	

3. Công cụ CALC để thay số

Phím CALC có tác dụng thay số vào một biểu thức.

Ví dụ: Tính giá trị của biểu thức $\log_3^2\sqrt{5x^2+7}$ tại $x=2$ ta thực hiện các bước theo thứ tự sau:

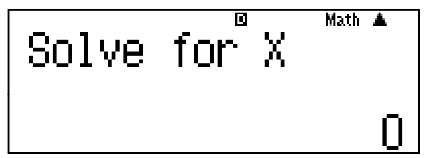
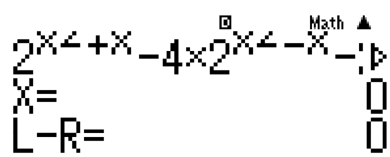
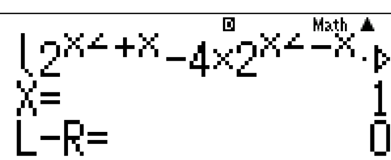
Bước 1: Nhập biểu thức $\log_3^2\sqrt{5X^2+7}$	

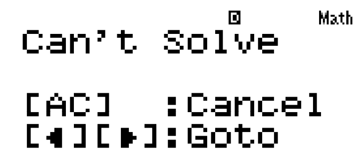
Bước 2: Bấm **CALC**. Máy hỏi X? Ta nhập 2.	
Bước 3: Nhận kết quả bấm dấu ⊟ $\log_3^2 \sqrt{5x^2+7} = \frac{9}{4}$	

4. Công cụ SOLVE đề tìm nghiệm

Bấm tổ hợp phím **SHIFT + CALC** nhập giá trị biến muốn tìm

Ví dụ: Để tìm nghiệm của phương trình: $2^{x^2+x} - 4.2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$ ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Nhập vào máy : $2^{X^2+X} - 4.2^{X^2-X} - 2^{2X} + 4 = 0$	
Bước 2: Bấm tổ hợp phím **SHIFT + CALC** *Máy hỏi Solve for X có nghĩa là bạn muốn bắt đầu dò nghiệm với giá trị của X bắt đầu từ số nào? chỉ cần nhập 1 giá trị bất kì thỏa mãn điều kiện xác định là được. Chẳng hạn ta chọn số 0 rồi bấm nút* ⊟	
Bước 3: Nhận nghiệm: $X = 0$	
Để tìm nghiệm tiếp theo ta chia biểu thức cho (X - nghiệm trước), nếu nghiệm lẻ thì lưu biến A, chia cho $X - A$ tiếp tục bấm **SHIFT + CALC** cho ta	

được 1 nghiệm $X = 1$. Nhấn nút ◀ sau đó chia cho X-1 nhấn dấu = máy báo **Can't Sole** do vậy phương trình chỉ có hai nghiệm $x_1 = 0, x_2 = 1$	

5. Công cụ TABLE – MODE 7

Table là công cụ quan trọng để lập bảng giá trị . Từ bảng giá trị ta hình dung hình dáng cơ bản của hàm số và nghiệm của đa thức.

Tính năng bảng giá trị: MODE 7

$f(X) = ?$ Nhập hàm cần lập bảng giá trị trên đoạn $[a;b]$

Start? Nhập giá trị bắt đầu *a*

End? Nhập giá trị kết thúc *b*

Step? Nhập bước nhảy k: $k_{min} = \frac{b-a}{25}$

tùy vào giá trị của đoạn $[a;b]$, thông thường là 0,1 hoặc 0,5; 1.

Những bài cho hàm lượng giác, siêu việt cho Step nhỏ:

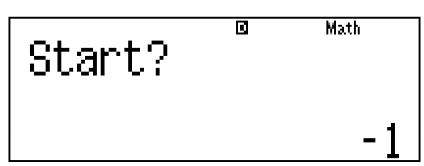
$$k = \frac{b-a}{10};\ k = \frac{b-a}{19};\ k = \frac{b-a}{25}$$

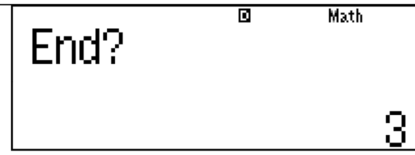
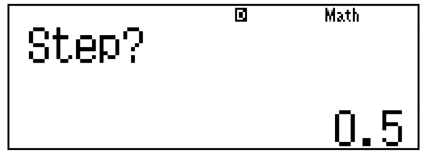
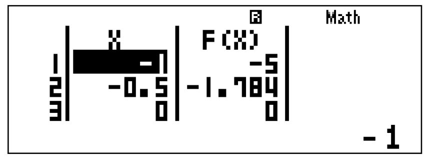
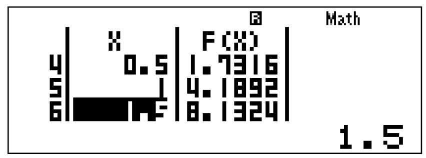
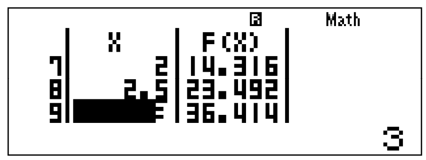
Kéo dài bảng TALBE: SHIFT MODE ▼ 5 1 để bỏ đi $g(x)$

Ví dụ: Để tìm nghiệm của phương trình: $x^3 + 3x + \sqrt[4]{x+1} = 1$

ta thực hiện theo các bước sau:

Dùng tổ hợp phím **MODE 7** để vào **TABLE.**

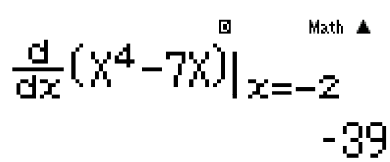
Bước 1: Nhập vào máy tính $f(X) = X^3 + 3X + \sqrt[4]{X+1} - 1$ Sau đó bấm =	
Bước 2: Màn hình hiển thị Start? $\rightarrow$ Nhập -1 . Bấm = Màn hình hiển thị End? $\rightarrow$ Nhập 3.	

Bấm $\boxed{=}$ Màn hình hiển thị Step? $\rightarrow$ 0,5. Bấm $\boxed{=}$	 
Bước 3: Nhận bảng giá trị *Từ bảng giá trị này ta thấy phương trình có nghiệm* $x=0$ *và hàm số đồng biến trên* $\left[-1;+\infty\right)$. *Do đó,* $x=0$ *chính là nghiệm duy nhất của phương trình. Qua cách nhẩm nghiệm này ta biết được* $f\left(x\right)=x^3+3x+\sqrt[4]{x+1}-1$ *là hàm số đồng biến trên* $\left[-1;+\infty\right)$.	  

6. Tính đạo hàm tích phân

+ Tính đạo hàm tại 1 điểm: Nhập tổ hợp phím $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\int_{\square}^{\square}}$ sau đó nhập hàm $f\left(x\right)$ tại điểm cần tính

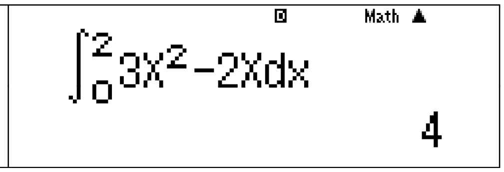
Ví dụ: *Tính đạo hàm* $f\left(x\right)=x^4-7x$ *tại* $x=-2$

Nhập $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\int_{\square}^{\square}}$ $\frac{d}{dx}\left(X^4-7X\right)\Big\|_{x=-1}$ bấm $\boxed{=}$ Vậy $f'\left(-2\right)=-39$	

+ Tính tích phân : Nhập phím $\boxed{\int_{\square}^{\square}}$ sau đó nhập hàm $f\left(x\right)$ và các cận tích phân

Ví dụ: *Tính tích phân* $\int_0^2\left(3x^2-2x\right)dx$

Nhập $\boxed{\int_{\square}^{\square}}$ $\int_0^2\left(3X^2-2X\right)dx$. bấm $\boxed{=}$	

Vậy $\int\limits_0^2 \left(3x^2 - 2x\right)dx = 4.$	

7. Các MODE tính toán

Chức năng MODE	Tên MODE	Thao tác
Tính toán chung	COMP	**MODE 1**
Tính toán với số phức	CMPLX	**MODE 2**
Giải phương trình bậc 2, bậc 3, hệ phương trình bậc nhất 2, 3 ẩn	EQN	**MODE 5**
Lập bảng số theo biểu thức	TABLE	**MODE 7**
Xóa các MODE đã cài đặt		**SHIFT 9 1 = =**

II. MỘT SỐ KĨ THUẬT SỬ DỤNG MÁY TÍNH

Kĩ thuật 1: Tính đạo hàm bằng máy tính

Phương pháp:

*** Tính đạo hàm cấp 1 :** SHIFT $\frac{d}{dx}\square$

*** Tính đạo hàm cấp 2 :**

$$y''\left(x_0\right) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y'}{\Delta x} = \frac{y'\left(x_0 + 0{,}000001\right) - y'\left(x_0\right)}{0{,}000001}$$

*** Dự đoán công thức đạo hàm bậc n :**

\+ Bước 1 : Tính đạo hàm cấp 1, đạo hàm cấp 2, đạo hàm cấp 3

\+ Bước 2 : Tìm quy luật về dấu, về hệ số, về số biến, về số mũ rồi rút ra công thức tổng quát.

Quy trình bấm máy tính đạo hàm cấp 1:

Bước 1: Ấn SHIFT $\frac{d}{dx}\square$

Bước 2: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(f\left(X\right)\right)_{X=x_0}$ và ấn =.

Quy trình bấm máy tính đạo hàm cấp 2:

Bước 1: Tính đạo hàm cấp 1 tại điểm $x = x_0$

Bước 2: Tính đạo hàm cấp 1 tại điểm $x = x_0 + 0{,}000001$

Bước 3: Nhập vào máy tính $\frac{Ans \text{ - } PreAns}{X}$ ấn =.

Ví dụ 1: Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+3}}$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là

A. $\dfrac{1}{4}$ **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** -2.

Lời giải

Hệ số góc tiếp tuyến $k=y'_{(1)}$ Nhập vào máy tính $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{X+2}{\sqrt{X^2+3}}\right)_{X=1}$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
$\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{X+2}{\sqrt{X^2+3}}\right)_{X=1}$	SHIFT ∫ ▭/▭ ALPHA) + 2 ▼ √ ALPHA) x^2 + 3 ▶ ▶ ▶ 1 =	Math ▲ $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{X+2}{\sqrt{X^2+3}}\right)\Big\|_{x=1}$ 0.125

Vậy $k=y'_{(1)}=\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{X+2}{\sqrt{X^2+3}}\right)_{X=1}=0{,}125=\dfrac{1}{8}\Rightarrow$ ***Chọn C.***

Ví dụ 2: Đạo hàm cấp 2 của hàm số $y=x^4-\sqrt{x}$ tại điểm có hoành độ $x_0=2$ gần số giá trị nào nhất trong các giá trị sau:

A. 7. **B.** 19. **C.** 25. **D.** 48.

Lời giải

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Tại $x_0=2$ $\dfrac{d}{dx}\left(X^4-\sqrt{X}\right)_{X=2}$	SHIFT ∫ ALPHA) $x^{\blacksquare}$ 4 ▶ − √ ALPHA) ▶ ▶ 2 =	Math ▲ $\dfrac{d}{dx}\left(X^4-\sqrt{X}\right)\Big\|_{x=2}$ 31.64644661
$x_0=2+0{,}000001$ $\dfrac{d}{dx}\left(X^4-\sqrt{X}\right)_{X=2+0{,}000001}$	◀ ◀ + 0 • 0 0 0 0 0 1 =	Math ▲ $\dfrac{d}{dx}\left(X^4-\sqrt{X}\right)\Big\|_{x=2+0}$ 31.6464947
Tính $y''(2)=\dfrac{y'(2+0.000001)-y'(2)}{0.000001}$ nhờ $\dfrac{Ans\text{ - }PreAns}{X}$		
	▭/▭ Ans − ALPHA Ans ▼ 0 • 0 0 0 0 0 1 =	Math ▲ $\dfrac{\text{Ans-PreAns}}{0.000001}$ 48.0884128

Vậy $y''(2)\approx 48\Rightarrow$ ***Chọn D.***

Ví dụ 3: Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{x+1}{4^x}$

A. $y'=\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$ **B.** $y'=\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $y'=\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$ **D.** $y'=\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Ta chọn tính đạo hàm tại điểm bất kì ví dụ chọn $x=0,5$ rồi tính đạo hàm của hàm số tại $X=0,5$. Nhập vào máy tính $\frac{d}{dx}\left(\frac{X+1}{4X}\right)_{X=0,5}$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
$\frac{d}{dx}\left(\frac{X+1}{4X}\right)_{X=0,5}$	SHIFT ∫ ■/■ ALPHA) + 1 ▼ 4 $x^{■}$ ALPHA) ▶ ▶ ▶ 0 • 5 =	$\frac{d}{dx}\left(\frac{X+1}{4^X}\right)\Big\vert_{x=0.5}$ -0.5397207708
Lưu kết quả vừa tìm được vào biến A	SHIFT RCL (−)	Ans→A -0.5397207708
Lấy A trừ đi kết quả tính giá trị các biểu thức ở các đáp án nếu ra 0 thì chọn đáp án đó.		
đáp án A	− ■/■ 1 − 2 (ALPHA) + 1) ln 2) ▼ 2 $x^{■}$ 2 ALPHA) CALC 0 • 5 =	Ans−$\frac{1-2(X+1)\ln(}{2^{2X}}$ -8.562×10^-12
Số $-8,562.10^{-12}\approx 0$. *Nếu chưa ra kết quả là 0 thì thay các đáp án còn lại bao giờ ra 0 thì chọn* $\Rightarrow$ ***Chọn A.***		

Ví dụ 4: Cho hàm số $y=e^{-x}\sin x$, đặt $F=y''+2y'$ khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $F=-2y$ **B.** $F=y$ **C.** $F=-y$ **D.** $F=2y$

Lời giải

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Tính $y'(2+0,001)$	SHIFT MODE 4 SHIFT ∫ ALPHA $\times 10^x$ $x^{■}$ − ALPHA) ▶ sin ALPHA)	$\frac{d}{dx}(e^{-X}\sin(X))\vert_{x}$ -0.1793792622

	) ▶ 2 + 0 . 0 0 0 0 0 1 = SHIFT RCL (−)	
Lưu kết quả vừa tìm được vào biến A	SHIFT RCL (−)	Ans→A -0.1793792622
Tính $y'(0)$	▲ ◀ ◀ DEL DEL DEL DEL DEL DEL DEL DEL DEL = SHIFT RCL °'''	$\frac{d}{dx}(e^{-X}\sin(X))\|_{x=}$ -0.1793793748
Lưu kết quả vừa tìm được vào biến B	SHIFT RCL °'''	Ans→B -0.1793793748
Thay vào công thức $f''(x_0)=\dfrac{f'(x_0+\Delta x)-f'(x_0)}{\Delta x_0}=C$		
	▭/▭ ALPHA (−) − ALPHA °''' ▼ 0 . 0 0 0 0 0 1 = SHIFT RCL hyp	$\frac{A-B}{0.000001}$ 0.112638413 Ans→C 0.112638413
Tính $F=y''+2y'=C+2B=-0.2461...=-2y\Rightarrow$ ***Chọn A.***		

Kĩ thuật 2: **Kĩ thuật giải nhanh bài toán đồng biến, nghịch biến bằng MTCT .**

Phương pháp:

+ Cách 1 : Sử dụng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của máy tính Casio . Quan sát bảng kết quả nhận được, khoảng nào làm cho hàm số luôn tăng thì là khoảng đồng biến, khoảng nào làm cho hàm số luôn giảm là khoảng nghịch biến.

+ Cách 2: Tính đạo hàm, thiết lập bất phương trình đạo hàm, cô lập m và đưa về dạng $m\ge f(x)$ hoặc $m\le f(x)$.

Tìm Min, Max của hàm $f(x)$ rồi kết luận.

+ Cách 3: Tính đạo hàm, thiết lập bất phương trình đạo hàm. Sử dụng tính năng giải bất phương trình INEQ của máy tính Casio (đối với bất phương trình bậc hai, bậc ba).

Ví dụ 1: Với giá trị nào của tham số *m* thì hàm số $y=\dfrac{mx-m+2}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. $-2<m<1$ **B.** $-2\le m\le 1$

C. $0<m\le 1$ **D.** Đáp án khác

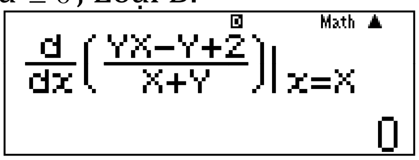
Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-m\right\}$.

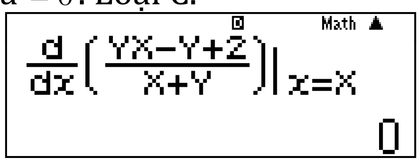
Nhập biểu thức $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{mX-m+2}{X+m}\right)_{x=X}$

Gán $X=0$, không gán $Y=0$ vì $x\ne -m$ nên $X\ne -Y$ (hoặc những giá trị *X, Y* tương ứng).

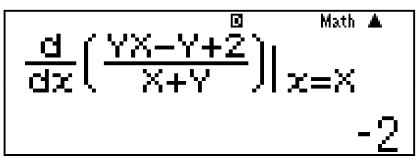
Gán $Y=-2$, được kết quả ≥ 0, Loại B.



Gán $Y=-2$, được kết quả $=0$. Loại C.



Gán $Y=-1$, được kết quả. Vậy đáp án A.



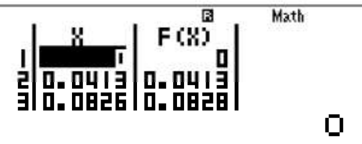
Ví dụ 2: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$ **B.** $m<2$ **C.** $1\le m<2$ **D.** $m\ge 2$

Lời giải

Đặt $\tan x=t$. Đổi biến thì phải tìm miền giá trị của biến mới. Để làm điều này ta sử dụng chức năng MODE 7 cho hàm $f\left(x\right)=\tan x$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Tìm điều		

kiện cho $f(x)=\tan x$	SHIFT MODE 4 MODE 7 tan ALPHA)) = = 0 = SHIFT ×10^x ÷ 4 = (SHIFT ×10^x ÷ 4) ÷ 1 9 =	

Ta thấy $0 \le \tan x \le 1$ vậy $t \in (0;1)$. Bài toán trở thành tìm m để hàm số $y = \dfrac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

Tính : $y' = \dfrac{(t-m)-(t-2)}{(t-m)^2} = \dfrac{2-m}{(t-m)^2}$ $y' > 0 \Leftrightarrow \dfrac{2-m}{(t-m)^2} > 0 \Leftrightarrow m < 2$ (1)

Kết hợp điều kiện xác định $t - m \ne 0 \Leftrightarrow m \ne t \Rightarrow m \notin (0;1)$ (2)

Từ (1) và (2) ta được $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ 1 \le m < 2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ ***Chọn A.***

Kĩ thuật 3: **Tìm cực trị của hàm số và bài toán tìm tham số để hàm số đạt cực trị tại điểm cho trước.**

Phương pháp : Dựa vào 2 quy tắc tìm cực tri.

Đối với dạng toán tìm m để hàm số bậc 3 đạt cực trị tại x_0

Cực đại tại x_0 thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$. Cực tiểu tại x_0 thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

Sử dụng chức năng tính liên tiếp giá trị biểu thức " Dấu :" ALPHA ∫□

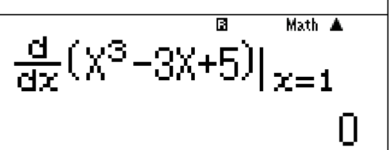
Tính được $f'(x_0) : f''(x_0)$ từ đó chọn được đáp án

Ví dụ 1: Tìm tất các các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 + 5$ đạt cực đại tại $x = 1$

A. $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array}\right.$ **B.** $m = 2$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 0$

Lời giải

Cách 1: Kiểm tra khi $m = 0$ thì hàm số có đạt cực đại tại $x = 1$ hay không ?

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Tại $x = 1$	SHIFT ∫□ ALPHA) $x^■$ 3 ▶ − 3 ALPHA) + 5 ▶ 1 =	

Tại $x=1-0{,}1$	◀ ◀ − 0 • 1 =	$\frac{d}{dx}(X^3-3X+5)\Big\vert_{x=1}$ $-\frac{57}{100}$
Tại $x=1+0{,}1$	◀ ◀ DEL DEL DEL DEL + 0 • 1 =	$\frac{d}{dx}(X^3-3X+5)\Big\vert_{x=1+}$ $\frac{63}{100}$

Vậy y' đổi dấu từ âm sang dương qua giá trị $x=1$ $\Rightarrow m=0$ loại

$\Rightarrow$ Đáp án **A** hoặc **D** sai

Tương tự kiểm tra khi $m=2$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Tại $x=1$	SHIFT $\int$ ALPHA) $x^{■}$ 3 ▶ − 6 ALPHA) x^2 + 9 ALPHA) − 7 ▶ 1 =	$\frac{d}{dx}(X^3-6X^2+9X-7.$ 0
Tại $x=1-0{,}1$	◀ ◀ − 0 • 1 =	$\frac{d}{dx}(X^3-6X^2+9X-7.$ $\frac{63}{100}$
Tại $x=1+0{,}1$	◀ ◀ DEL DEL DEL DEL + 0 • 1 =	$\frac{d}{dx}(X^3-6X^2+9X-7.$ $-\frac{57}{100}$

Ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm $\Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x=1$

$\Rightarrow$ ***Chọn B.***

Cách 2: Sử dụng chức năng tính liên tiếp giá trị biểu thức:

$$f'(x_0):f''(x_0)=3X^2-6YX+3\left(Y^2-1\right)\ :\ \frac{d}{dx}\left(3X^2-6YX+3\left(Y^2-1\right)\right)\Big|_{X=1}$$

- Nhập giá trị X = 1 và Y là giá trị của m ở mỗi đáp án

- Nếu biểu thức thứ nhất bằng không và biểu thức thứ hai nhận giá trị âm thì chọn.

+ Khi $m=0$ kiểm tra $\Rightarrow x=1$ có là cực đại hay không ?

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị

Tại $m=0$ Thay $X=1;Y=0$	3 ALPHA) x^2 − 6 ALPHA S⇔D S⇔D ALPHA) + 3 (ALPHA S⇔D x^2 − 1) ALPHA ∫□ SHIFT ∫□ 3 ALPHA) x^2 − 6 ALPHA S⇔D ALPHA) + 3 (ALPHA S⇔D x^2 − 1) ▶ 1 CALC 1 = 0 =	Math ▲Disp 3X²−6YX+3(Y²−1) 0 Math ▲ $\frac{d}{dx}$(3X²−6YX+3(Y²▸ 6
Tìm f'	◀ ◀ − 0 • 1 =	Math ▲Disp 3X²−6YX+3(Y²−1) 0
Tìm f''	=	Math ▲ $\frac{d}{dx}$(3X²−6YX+3(Y²▸ 6
Khi $m=0$ thì $f'(1)=0, f''(1)=6>0 \Rightarrow x=1$ là cực tiểu ***loại A,D***		

+ Kiểm tra khi $m=2$ kiểm tra $\Rightarrow x=1$ có là cực đại hay không ?

Tại $m=2$ Thay $X=1;Y=2$

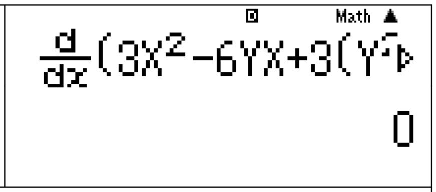
Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Tìm f'	= = = 2 =	Math ▲Disp 3X²−6YX+3(Y²−1) 0
Tìm f''	=	Math ▲ $\frac{d}{dx}$(3X²−6YX+3(Y²▸ -6
Khi $m=2$ thì $f'(1)=0, f''(1)=-6<0 \Rightarrow x=1$ là cực đại		

Chọn đáp án B. Ta có thể thử thêm trường hợp khi $m=1$

+ Khi $m=1$ kiểm tra $\Rightarrow x=1$ có là cực đại hay không ?

Tại $m=1$ Thay $X=1;Y=1$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Tìm f'	= = = = 1 =	Math ▲Disp 3X²−6YX+3(Y²−1) -3

Tìm f''	=	
Khi $m=1$ thì $f'(1)=-3\neq 0, f''(1)=0$ $\Rightarrow x=1$ không phải là cực trị		

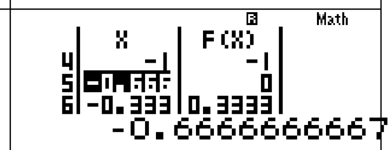
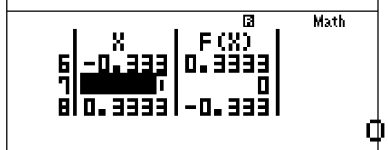
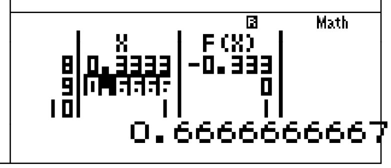
$\Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 2: Hàm số $y=\left\|x\right\|^3-x^2+4$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị? **A.** 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Tính $y'=3x\left|x\right|-2x$ $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

Dùng MODE 7 với thiết lập sao cho x chạy qua 3 giá trị này ta sẽ khảo sát được sự đổi dấu của y'

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 7 3 ALPHA) SHIFT hyp ALPHA) ▶ − 2 ALPHA) = − DEL = − 2 = 2 = 1 ÷ 3 =	
	
	

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần $\Rightarrow$ ***Chọn C.***

Kĩ thuật 4: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba

Phương pháp:

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ *có dạng :* $\boxed{g(x)=y-\dfrac{y'.y''}{3y'''}}$

+ Bước 1: Bấm MODE 2 chuyển chế độ máy tính sang môi trường số phức.

+ Bước 2: Nhập vào máy tính biểu thức:

$$y-\frac{y'.y''}{3y'''}\text{ hoặc }f\left(x,m\right)-\frac{f'\left(x,m\right).f''\left(x,m\right)}{3f'''\left(x,m\right)}$$

+ *Bước 3:* Bấm [=] để lưu biểu thức.

+ *Bước 4:* Bấm [CALC] với $x=i$ (đơn vị số phức, để làm xuất hiện i ta bấm [ENG])

+ *Bước 5:* Nhận kết quả dạng $Mi+N\Rightarrow$ phương trình cần tìm có dạng: $y=Mx+N$.

Ví dụ: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2+1$ là

A. $y=x-1$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x-1$.

Lời giải

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Số phức	[MODE] [2]	CMPLX Math
Nhập vào máy tính biểu thức	[−] [2] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x^2] [+] [3] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [1] [+] [(] [−] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [ALPHA] [)] [)] [(] [−] [2] [ALPHA] [)] [+] [1] [)]	CMPLX Math ◂(−X²+X)(−2X+1)
Thay $x=i$	[CALC] [ENG] [=]	CMPLX Math ▲ −2X³+3X²+1+(−X²▸ 1+i

Kết quả dạng $i+1\Rightarrow$ phương trình cần tìm: $y=x+1\Rightarrow$ ***Chọn B.***

<u>*Kĩ thuật 5:*</u> Tìm tiệm cận.

Phương pháp: Ứng dụng kĩ thuật dùng [CALC] tính giới hạn

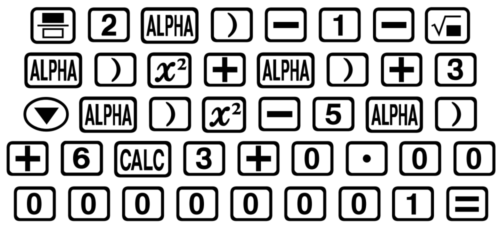
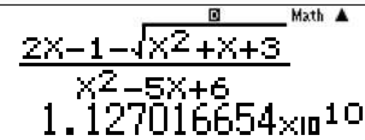
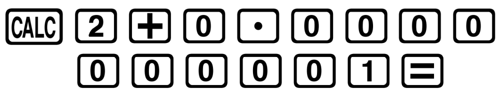
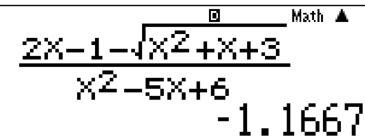
Ví dụ 1: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

A. $\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-2\end{array}\right.$ **B.** $x=-3$ **C.** $\left[\begin{array}{l}x=3\\x=2\end{array}\right.$ **D.** $x=3$

Lời giải

Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì điều kiện cần : x_0 là nghiệm của phương trình mẫu số bằng 0

Nên ta chỉ quan tâm đến hai đường thẳng $x = 3$ và $x = 2$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Với $x=3$		
Với $x=2$		

\+ Với $x = 3$ xét $\lim\limits_{x\to 3+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\propto \Rightarrow x = 3$ là tiệm cận đứng

\+ Với $x=2$ xét $\lim\limits_{x\to 2+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\propto$ Kết quả không ra vô cùng $\Rightarrow x = 2$ không là tiệm cận đứng $\Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 2: Tìm tất các các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ không có tiệm cận đứng?

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$ **D.** $-1<m<1$

Lời giải

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phương trình mẫu số bằng 0 không có nghiệm hoặc có nghiệm nhưng giới hạn hàm số khi x tiến tới nghiệm không ra vô cùng.

Với $m=1$. Hàm số $\Leftrightarrow y = \dfrac{5x-3}{x^2-2x+1}$. Phương trình $x^2-2x+1=0$ có nghiệm $x = 1$ Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x-3}{x^2-x+1} = +\propto \Rightarrow$ Đáp số **A** sai

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Với $m=-1$	▭/▭ 5 ALPHA) − 3 ▼ ALPHA) x^2 − 2 ALPHA) + 1 CALC 1 + 0 × DEL DEL 1 0 $x^{■}$ − 6) =	$\frac{5X-3}{X^2-2X+1}$ Math ▲ 2.000005×10¹²

Với $m=0$ hàm số $\Leftrightarrow y=\frac{5x-3}{x^2+1}$. Phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $m=0 \Rightarrow$ ***Chọn D.***

Ví dụ 3: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang?

A. $m<0$ | **B.** Không có m thỏa mãn
C. $m=0$ | **D.** $m>0$

Lời giải

+ Thử đáp án **A** ta chọn 1 giá trị $m<0$, ta chọn $m=-2,15$.

Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{-2.15x^2+1}}$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Với $m=-2,15$	▭/▭ ALPHA) + 1 ▼ √▭ − 2 • 1 5 ALPHA) x^2 + 1 CALC 1 0 $x^{■}$ 9) =	Math ERROR [AC] :Cancel [◀][▶]:Goto

Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{-2.15x^2+1}}$ không tồn tại $\Rightarrow$ hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{-2.15x^2+1}}$ không thể có 2 tiệm cận ngang

+ Thử đáp án **B** ta chọn gán giá trị $m=0$.

Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{0x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Với $m=0$	ALPHA) + 1 CALC 1 0 $x^{■}$ 9) =	X+1 Math ▲ 1000000001

Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty \Rightarrow$ hàm số $y=x+1$ không thể có 2 tiệm cận ngang

+ Thử đáp án **D** ta chọn gán giá trị $m=2.15$.

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Với $m=2.15$ $x\to+\infty$	[▭/▭] [ALPHA] [)] [+] [1] [▼] [√■] [2] [.] [1] [5] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [1] [CALC] [1] [0] [$x^■$] [9] [)] [=]	Math ▲ $\dfrac{X+1}{\sqrt{2.15X^2+1}}$ 0.6819943402

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{2.15x^2+1}}=0.6819943402$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Với $m=2.15$ $x\to-\infty$	[CALC] [−] [1] [0] [$x^■$] [9] [)] [=]	Math ▲ $\dfrac{X+1}{\sqrt{2.15X^2+1}}$ -0.6819943388

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{2.15x^2+1}}=-0.6819943402$. Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang $y=\pm0.6819943402 \Rightarrow$ ***Chọn D.***

***<u>Kĩ thuật 6:</u>* Kĩ thuật giải nhanh bài bài toán tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[a;b]$. Sử dụng tính năng bảng giá trị TABLE**

Phương pháp :

1. Nhấn [MODE] [7]

2. $f(X)=$ Nhập hàm số vào.

3. Step ? Nhập giá trị *a*

4. End ? Nhập giá trị *b*

5. Step? Nhập giá trị: 0,1; 0,2; 0,5 hoặc 1 tùy vào đoạn $[a;b]$

Quan sát bảng giá trị máy tính hiển thị, giá trị lớn nhất xuất hiện là **max** , giá trị nhỏ nhất xuất hiện là **min**.

****Chú ý:***

Ta thiết lập miền giá trị của biến x Start a End b Step (có thể làm tròn để Step đẹp)

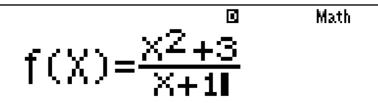
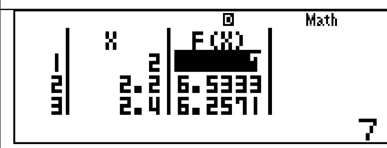
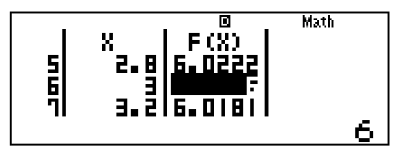
Hàm số chứa $\sin x, \cos x, \tan x\ldots$ ta chuyển máy tính về chế độ Radian:

[SHIFT] [MODE] [4]

Ví dụ 1: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ là

A. 6 **B.** -2 **C.** -3 **D.** $\dfrac{19}{3}$

Lời giải

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
$F\left(X\right)=\dfrac{X^2+3}{X-1}$	MODE 7 $\frac{\square}{\square}$ ALPHA) x^2 + 3 ▼ ALPHA) + 1 = =	
$g\left(X\right)$ bỏ qua Bấm =		
Star ? **2** End ? **4** Step ? **0,2.** kéo xuống để tìm GTNN.	2 = 4 = 0 • 2 = ▼ ▼ ▼ ▼	 

Quan sát bảng giá trị tìm kết quả nào gần với đáp án để kết luận

$\Rightarrow$ ***Chọn A.***

Kĩ thuật 7: **Kĩ thuật giải nhanh bài bài toán tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của hàm số Sử dụng tính năng SOLVE**

Phương pháp :

Để tìm giá trị lớn nhất M, giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta giải phương trình $f\left(x\right)-M=0$, $f\left(x\right)-m=0$

- Tìm GTLN ta thay các đáp án từ lớn đến nhỏ sau đó sử dụng **SOLVE** để tìm nghiệm , nếu nghiệm thuộc đoạn, khoảng đã cho ta chọn luôn.
- Tìm GTNN thì thay đáp án từ nhỏ đến lớn.

Ví dụ: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-2x^2-4x+1$ trên đoạn $\left[1;3\right]$

A. $\max=\dfrac{67}{27}$ **B.** $\max=-2$ **C.** $\max=-7$ **D.** $\max=-4$

Lời giải

Các kết quả xếp theo thứ tự $\frac{67}{27}>-2>-4>-7$. Do vậy ta giải phương trình $x^3-2x^2-4x+1=\frac{67}{27}$ trước

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
$F(X)=\frac{67}{27}$	ALPHA) SHIFT x^2 − 2 ALPHA) x^2 − 4 ALPHA) + 1 − ▭/▭ 6 7 ▼ 2 7 =	$X^3-2X^2-4X+1-\frac{67}{27}$
Cho $X=2\in[1;3]$	= SHIFT CALC 2 =	$X^3-2X^2-4X+1-\frac{67}{27}$ X= 3.333333333 L−R= 0
Ta được nghiệm $x=3,33333\notin[1;3]$ nên loại A.		

+ Tiếp theo thay đáp án $\max=-2$, giải phương trình : $x^3-2x^2-4x+1=-2$

Phép tính	Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
$F(X)=-2$	◀ DEL DEL DEL DEL DEL DEL DEL DEL + 2	$X^3-2X^2-4X+1+2$
Cho $X=2\in[1;3]$	= SHIFT CALC 2 =	$X^3-2X^2-4X+1+2$ X= 3 L−R= 0
Ta được nghiệm $x=2\in[1;3]$ nên $\Rightarrow$ ***Chọn B.***		

Không thử các đáp án còn lại nữa vì $F(X)=-2$ đã là lớn nhất

**** Chú ý:*** Kĩ thuật **SOLVE** tuy tiến hành lâu hơn nhưng mạnh hơn, đảm bảo chắc chắn hơn **TABLE** nhiều đặc biệt với các bạn còn thiếu kĩ năng phân tích bảng giá trị.

Kĩ thuật 8: **Kĩ thuật lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số .**

Phương pháp : Phương trình tiếp có dạng $d: y=kx+m$.

+ Đầu tiên tìm hệ số góc tiếp tuyến $k = y'\left(x_0\right)$.

Bấm SHIFT ∫□ và nhập $\frac{d}{dx}\left(f\left(X\right)\right)\Big|_{x=x_0}$, sau đó bấm = ta được *k*.

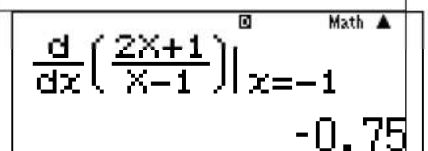
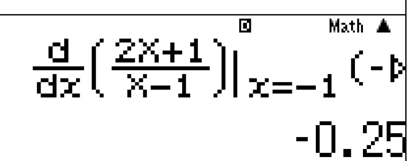
+ Tiếp theo: Bấm phím ◀ để sửa lại thành

$\frac{d}{dx}\left(f\left(X\right)\right)\Big|_{x=x_0} x\left(-X\right)+f\left(X\right)$, sau đó bấm phím CALC với $X = x_0$ và bấm phím = ta được m.

Ví dụ 1: Cho điểm M thuộc đồ thị $\left(C\right)$: $y = \frac{2x+1}{x-1}$ và có hoành độ bằng -1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $\left(C\right)$ tại điểm M là

A. $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$. **B.** $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$. **C.** $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$. **D.** $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$.

Lời giải

<table>
<tr><th>Phép tính</th><th>Quy trình bấm máy</th><th>Màn hình hiển thị</th></tr>
<tr><td>$\frac{d}{dx}\left(\frac{2X+1}{X-1}\right)\Big|_{x=-1}$</td><td>SHIFT ∫□ □/□ 2 ALPHA) + 1 ▼ ALPHA) − 1 ▶ ▶ − 1 =</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="3">Bấm phím ◀ để sửa lại thành:
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2X+1}{X-1}\right)\Big|_{x=-1} x\left(-X\right)+\frac{2X+1}{X-1}$$
sau đó bấm phím CALC với $X = -1$ và bấm phím = ta được kết quả</td></tr>
<tr><td colspan="2">= ◀ (− ALPHA)) + □/□ 2 ALPHA) + 1 ▼ ALPHA) − 1 =</td><td>
</td></tr>
</table>

Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là: $y = -\frac{3x}{4} - \frac{1}{4} \Rightarrow$ ***Chọn B.***

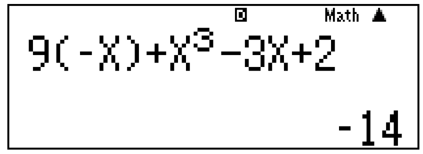
Ví dụ 2: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $\left(C\right): y = x^3 - 3x + 2$ có hệ số góc bằng 9 là

A. $y = 9x - 18$; $y = 9x + 22$. **B.** $y = 9x - 14$; $y = 9x + 18$.

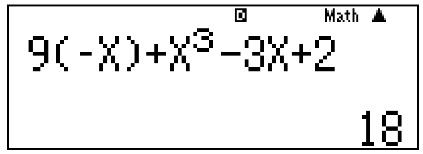
C. $y = 9x + 18$; $y = 9x + 22$. **D.** $y = 9x - 14$; $y = 9x - 18$.

Lời giải

\+ Với $x_0 = 2$ ta nhập $9\left(-X\right) + X^3 - 3X + 2$ CALC với $X = 2$ rồi bấm = ta được kết quả là $\boxed{-14} \Rightarrow d_1 : y = 9x - 14.$



\+ Với $x_0 = -2$ ta nhập $9\left(-X\right) + X^3 - 3X + 2$ CALC với $X = -2$ rồi bấm = ta được kết quả là $\boxed{18} \Rightarrow d_2 : y = 9x + 18.$



$\Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 3: Tiếp tuyến của đồ thị $\left(C\right) : y = -4x^3 + 3x + 1$ đi qua điểm $A\left(-1;2\right)$ có phương trình là

A. $y = -9x + 7;\ y = -x + 2.$ **B.** $y = -9x - 11;\ y = -x + 2.$

C. $y = -9x + 11;\ y = 2.$ **D.** $y = -9x - 7;\ y = 2.$

\+ *Cho $f\left(x\right)$ bằng kết quả các đáp án, từ đó ta thu được các phương trình.*

\+ *Sử dụng chức năng giải phương trình bậc ba của máy tính bỏ túi bằng cách bấm tổ hợp phím MODE 5 4 và nhập hệ số phương trình.*

Thông thường máy tính cho số nghiệm thực nhỏ hơn số bậc của phương trình là 1 thì ta chọn đáp án đó.

+ Đầu tiên thử với đáp án A, ta cho:

$$-4x^3 + 3x + 1 = -9x + 7 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x - 6 = 0.$$

Máy tính cho 3 nghiệm $\Rightarrow$ Loại A.

\+ *Thử với đáp án B, ta cho:* $-4x^3 + 3x + 1 = -x + 2 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x - 1 = 0.$

Máy tính cho 3 nghiệm $\Rightarrow$ Loại B.

\+ *Thử với đáp án B, ta cho:*

$$-4x^3 + 3x + 1 = -9x + 11 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x - 10 = 0.$$

Máy tính hiển thị 1 nghiệm thực và 2 nghiệm phức (phương trình có số nghiệm thực là một nhỏ hơn bậc của phương trình là 2)$\Rightarrow$ Loại C.

\+ *Thử với đáp án :* $-4x^3 + 3x + 1 = -9x - 7 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x + 8 = 0$

máy tính hiển thị 2 nghiệm $x = -1;\ x = 2$ (nhận).

$$-4x^3 + 3x + 1 = 2 \Leftrightarrow -4x^3 + 3x - 1 = 0$$

máy tính hiển thị 2 nghiệm $x = -1;\ x = \frac{1}{2}$ (nhận).

$\Rightarrow$ ***Chọn D.***

Kĩ thuật 9: Kĩ thuật giải bài toán tương giao đồ thị hàm số.

Phương pháp :

Để tìm nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm ta dùng chức năng lập bảng giá trị MODE 7, giải phương trình MODE 5 hoặc lệnh SOLVE

Ví dụ 1: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 16$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m > 12$ **B.** $m < -12$ **C.** $m < 0$ **D.** $m > 0$

Lời giải

Để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 16$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $x^3 + mx + 16 = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt

+ Với $m = 14$ sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5

Quy trình bấm máy	MODE 5 4 1 = 0 = 1 4 = 1 6 = = = =	
Màn hình hiển thị	X1= -1.058213891	X2= 0.5291069456+3.

Ta thấy nghiệm $x_2; x_3$ là nghiệm phức $\Rightarrow$ không đủ 3 nghiệm thực $\Rightarrow$ Loại A

+ Với $m = -14$ sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5

Quy trình bấm máy	MODE 5 4 1 = 0 = 4 DEL 1 4 = 1 6 = = = =	
Màn hình hiển thị	X1= -4.218186702	X2= 2.918522599
	X3= 1.299664103	

Ta thấy ra 3 nghiệm thực $\Rightarrow$ Đáp án đúng có thể là **B** hoặc **C**

Thử thêm một giá trị $m = -1$ nữa thì thấy $m = -1$ không thỏa $\Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 2: Tìm tập hợp tất các các giá trị của m để phương trình $\log_2 x - \log_2(x-2) = m$ có nghiệm :

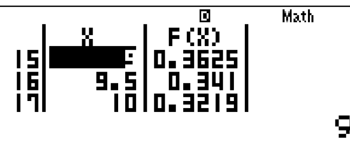
A. $1 \le m < +\propto$ **B.** $1 < m < +\propto$

C. $0 \le m < +\propto$ **D.** $0 < m < +\propto$

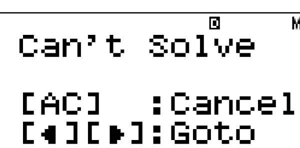
Lời giải

Đặt $\log_2 x - \log_2(x-2) = f(x) \Rightarrow m = f(x)$ (1). Để phương trình (1) có nghiệm thì m thuộc miền giá trị của $f(x)$ hay $f(\min) \le m \le f(\max)$

Tới đây bài toán tìm tham số m được quy về bài toán tìm min, max của một hàm số. Ta sử dụng chức năng MODE 7 với miền giá trị của x là Start 2 End 10 Step 0.5

Nhập hàm $f(X) = \log_2 X - \log_2(X-2)$	
Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 7 log▫□ 2 ▶ ALPHA) ▶ − log▫□ 2 ▶ ALPHA) − 2 = = 2 = 1 0 = 0 • 5 =	

Quan sát bảng giá trị $F(X)$ ta thấy $f(10) \approx 0.3219$ vậy đáp số **A** và **B** sai. Đồng thời khi x càng tăng vậy thì $F(X)$ càng giảm. Vậy câu hỏi đặt ra là $F(X)$ có giảm được về 0 hay không? Nếu $F(X)$ giảm được về 0 có nghĩa là phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm. Để kiểm tra dự đoán này ta sử dụng chức năng dò nghiệm SOLVE

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
log▫□ 2 ▶ ALPHA) ▶ − log▫□ 2 ▶ ALPHA) − 2 SHIFT CALC 3 =	

Máy phương trình này vô nghiệm. Vậy dấu = không xảy ra

$\Rightarrow f(x) > 0 \Leftrightarrow m > 0$

$\Rightarrow$ ***Chọn D.***

Ví dụ 3: Tập giá trị của tham số m để phương trình $5.16^x - 2.81^x = m.36^x$ có đúng 1 nghiệm?

A. $m > 0$

B. $\left[\begin{array}{l} m \le -\sqrt{2} \\ m \ge \sqrt{2} \end{array}\right.$

C. Với mọi m

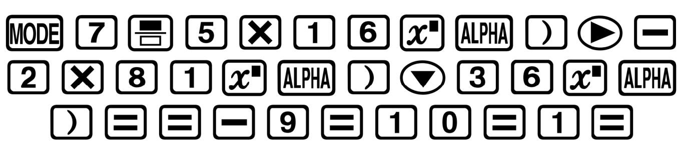
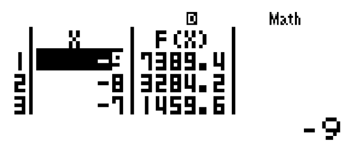
D. Không tồn tại m

Lời giải

Ta có $5.16^x - 2.81^x = m.36^x \Leftrightarrow m = \dfrac{5.16^x - 2.81^x}{36^x}$

Đặt $f(x) = \dfrac{5.16^x - 2.81^x}{36^x}$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$

Sử dụng MODE 7 để khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start -9 End 10 Step 1

Nhập hàm $f(X) = \dfrac{5.16^X - 2.81^X}{36^X}$	
Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
	

Quan sát bảng giá trị ta thấy $f(x)$ luôn giảm hay hàm số $y = f(x)$ luôn nghịch biến. Điều này có nghĩa là đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 1 điểm $\Rightarrow$ ***Chọn C.***

Kĩ thuật 10: **Tìm nghiệm của phương trình.**

Phương pháp :

+Bước 1: Chuyển PT về dạng Vế trái $= 0$. Vậy nghiệm của PT sẽ là giá trị của x làm cho vế trái $= 0$

+Bước 2: Sử dụng chức năng CALC hoặc MODE 7 hoặc SHIFT SOLVE để kiểm tra xem nghiệm .

Ví dụ 1: Phương trình $\log_2 x \log_4 x \log_6 x = \log_2 x \log_4 x + \log_4 x \log_6 x + \log_6 x \log_2 x$ có tập nghiệm là :

A. $\{1\}$ **B.** $\{2;4;6\}$ **C.** $\{1;12\}$ **D.** $\{1;48\}$

Lời giải

Nhập vế trái vào máy tính

Nhập $\log_2 X \log_4 X \log_6 X - \log_2 X \log_4 X - \log_4 X \log_6 X - \log_6 X \log_2 X$	
Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
[log▪□] [2] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [log▪□] [4] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [log▪□] [6] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [log▪□] [2] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [log▪□] [4] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [log▪□] [4] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [log▪□] [6] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [log▪□] [6] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [log▪□] [2] [▶] [ALPHA] [)]	Math ◄og$_6$(X)log$_2$(X)

Vì giá trị 1 xuất hiện nhiều nhất nên CALC X=1

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
[CALC] [1] [=]	Math ▲ log$_2$(X)log$_4$(X)l▸ 0
Vậy 1 là nghiệm. Ta tiếp tục kiểm tra giá trị 12 có phải là nghiệm hay không	
[CALC] [1] [2] [=]	Math ▲ log$_2$(X)log$_4$(X)l▸ -4.971815308
Đây là một kết quả khác 0 vậy 12 không phải là nghiệm $\Rightarrow$ Loại C	
Tiếp tục kiểm tra giá trị 48 có phải là nghiệm không	
[CALC] [4] [8] [=]	Math ▲ log$_2$(X)log$_4$(X)l▸ 0

Vậy 48 là nghiệm $\Rightarrow$ ***Chọn D.***

Ví dụ 2: Phương trình $9^x - 3.3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$. Giá trị $A = 2x_1 + 3x_2$ là

A. $4\log_3 2$ **B.** 1 **C.** $3\log_3 2$ **D.** $2\log_2 3$

Lời giải

<u>*Cách 1</u> : SHIFT SLOVE + CALC

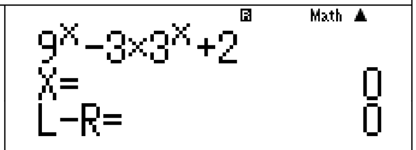
Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
9 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ − 3 × 3 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ + 2 =	$9^X-3\times3^X+2$ 0
Vì chưa biết 2 đáp án , mà 2 đáp án vai trò không bình đẳng trong quan hệ ở đáp án. Nên ta phải sử dụng dò cả 2 nghiệm với chức năng SHIFT SOLVE ở mức độ khó hơn . Đầu tiên ta dò nghiệm trong khoảng dương, ví dụ chọn X gần với 1	
SHIFT CALC 1 =	$9^X-3\times3^X+2$ X= 0.6309297536 L−R= 0
Lưu nghiệm này vào giá trị A ta được 1 nghiệm.	
SHIFT RCL (−)	Ans→A 0.6309297536
Chọn X gần -2 . Gọi là phương trình và dò nghiệm	
▲ SHIFT CALC − 2 =	$9^X-3\times3^X+2$ X= 0 L−R= 0

Ta được 1 nghiệm nữa là 0. Vì $0 < A$ nên $x_1 = 0; x_2 = A$ ta có $2x_1 + 3x_2 = 2.0 + 3.A \approx 1.8927 = 3\log_3 2 \Rightarrow$ ***Chọn C.***

*** <u>Cách 2</u> : CASIO 2 LẦN SHIFT SOLVE**

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Nhấn nút để lưu vế trái lại rồi SHIFT SOLVE tìm nghiệm thứ nhất và lưu vào A

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
9 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ − 3 × 3 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ + 2 = SHIFT CALC 1 = SHIFT RCL (−)	$9^X-3\times3^X+2$ X= 0.6309297536 L−R= 0

	
Quay lại vế trái. SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm thứ hai và lưu vào B	
▲ SHIFT CALC − 1 =	

Ta có $2A+3B\approx1.8927=3\log_3 2$ $\Rightarrow$ ***Chọn C.***

Kĩ thuật 11: **Tìm số nghiệm của phương trình mũ - logarit.**

Phương pháp :

+ Bước 1: Chuyển phương trình về dạng Vế trái = 0

+ Bước 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để xét lập bảng giá trị của vế trái

+ Bước 3: Quan sát và đánh giá :

- *Nếu* $F(\alpha)=0$ *thì* α *là 1 nghiệm*

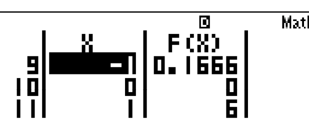
- *Nếu* $F(a).F(b)<0$ *thì phương trình có 1 nghiệm thuộc* $(a;b)$

Ví dụ 1: Số nghiệm của phương trình $6.4^x-12.6^x+6.9^x=0$ là

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Sử dụng MODE 7 nhập hàm

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 7 6 × 4 $x^\blacksquare$ ALPHA) ▶ − 1 2 × 6 $x^\blacksquare$ ALPHA) ▶ + 6 × 9 $x^\blacksquare$ ALPHA)	
Thiết lập miền giá trị của X là : Start -9 End 10 Step 1	
= = − 9 = 1 0 = 1 =	 -1

Ta thấy khi $x=0$ thì $F(0)=0$ vậy $x=0$ là nghiệm.

Tiếp tục quan sát bảng giá trị $F(X)$ nhưng không có giá trị nào làm cho $F(X)=0$ hoặc khoảng nào làm cho $F(X)$ đổi dấu nên $x=0$ là nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ ***Chọn B.***

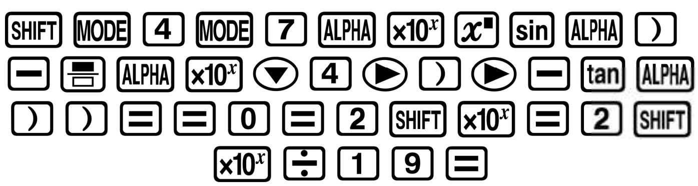
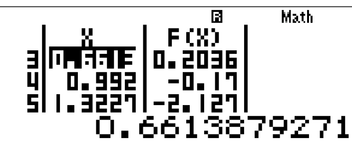
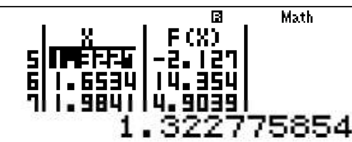
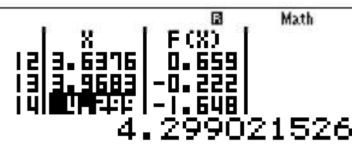
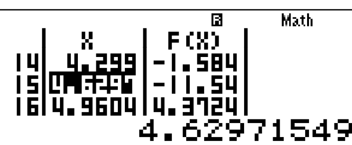
Ví dụ 2: Số nghiệm của phương trình $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}=\tan x$ trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chuyển phương trình về dạng : $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}-\tan x=0$

Sử dụng chức năng MODE 7 với thiết lập Start 0 End 2π Step $\frac{2\pi-0}{19}$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
	   

Quan sát bảng giá trị ta thấy 3 khoảng đổi dấu như trên :

$f(0.6613).f(0.992)<0 \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(0.6613;0.992)$

$f(1.3227).f(1.6634)<0 \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(1.3227;1.6534)$

$f(3.6376).f(3.9683)<0 \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(3.6376;3.9683)$

$f(4.6297).f(4.9604)<0 \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(4.6297;4.9604)$

Vậy phương trình ban đầu có 4 nghiệm

$\Rightarrow$ ***Chọn D.***

Kĩ thuật 12: Tìm nghiệm bất phương trình mũ - logarit.

Phương pháp 1: CALC

+Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

+ Bước 2: Sử dụng chức năng CALC để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán .

Chú ý: Nếu bất phương trình có nghiệm tập nghiệm là khoảng $(a;b)$ thì bất phương trình đúng với mọi giá trị thuộc khoảng $(a;b)$

Nếu khoảng $(a;b)$ và (c,d) cùng thỏa mãn mà $(a,b)\subset(c,d)$ thì (c,d) là đáp án chính xác.

Phương pháp 2: MODE 7

+ Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

+ Bước 2: Sử dụng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của máy tính để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán .

Ví dụ: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\frac{2x+1}{x-1}\right)>0$ có tập nghiệm là :

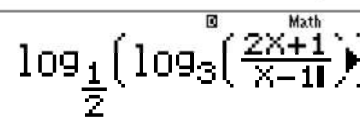
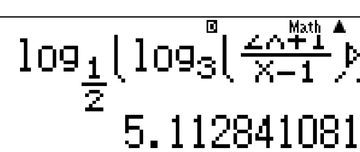
A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(4;+\infty)$

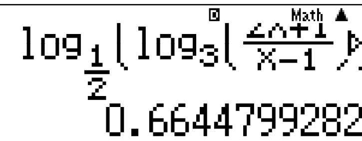
C. $(-2;1)\cup(1;4)$ **D.** $(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$

Lời giải

Cách 1 : CALC

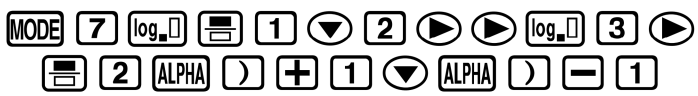
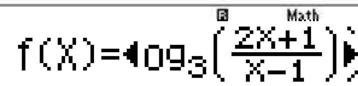
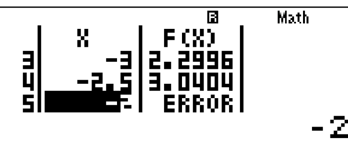
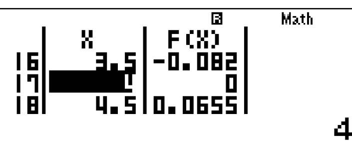
Nhập vế trái vào máy tính

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
log□ ▭ 1 ▼ 2 ▶ ▶ log□ 3 ▶ ▭ 2 ALPHA) + 1 ▼ ALPHA) − 1	
Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **A** CALC với giá trị cận trên $X=-2-0.1$ ta được	
CALC − 2 − 0 . 1 =	

Đây là 1 giá trị dương vậy cận trên thỏa mãn	
CALC với giá trị cận dưới $X=-10^5$	
	
Đây là 1 giá trị dương vậy cận dưới thỏa mãn, đáp án **A** đúng	

Tương tự như vậy ta kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B** thì ta thấy **B** cũng đúng **A** đúng **B** đúng vậy **A**$\cup$ **B** là đúng nhất $\Rightarrow$ ***Chọn D.***

<u>Cách 2</u>: MODE 7 nhập vế trái vào máy tính Casio

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
	
Quan sát các cận của đáp số là $-2;4;1$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này . Ta thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5	
	 

Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $(-\infty;-2)$ và $(4;+\infty)$ làm cho dấu của vế trái dương$\Rightarrow$ ***Chọn D.***

<u>Kĩ thuật 13:</u> **Tính giá trị biểu thức mũ - logarit.**

Phương pháp

+ Bước 1 : Dựa vào hệ thức điều kiện buộc của đề bài chọn giá trị thích hợp cho biến

+ Bước 2 : Tính các giá trị liên quan đến biến rồi gắn vào A,B,C nếu các giá trị tính được lẻ

+ Bước 3 : Quan sát 4 đáp án và chọn chính xác

Ví dụ 1: Cho $a=\log_{27}5; b=\log_8 7; c=\log_2 3$. Tính $\log_{12}35$ theo *a, b, c*?

A. $\dfrac{3b+2ac}{c+2}$ **B.** $\dfrac{3b+3ac}{c+2}$ **C.** $\dfrac{3b+2ac}{c+3}$ **D.** $\dfrac{3b+3ac}{c+1}$

Lời giải

$\log_{27}5$ SHIFT RCL (−) (Gán giá trị này cho A)

$\log_8 7$ SHIFT RCL °’’’ (Gán giá trị này cho B)

$\log_2 3$ SHIFT RCL hyp (Gán giá trị này cho C)

$\log_{12}35$ SHIFT RCL − sin (Gán giá trị này cho D)

Và nhập vào màn hình $D-\dfrac{3B+2AC}{C+2}$ ấn "=".

ALPHA sin − ▭/▭ 3 ALPHA °’’’ + 2 ALPHA (−) ALPHA hyp ▼ ALPHA hyp + 2 = Đáp án bằng $0,21$, loại A

Nhập biểu thức $D-\dfrac{3B+3AC}{C+2}$

ALPHA sin − ▭/▭ 3 ALPHA °’’’ + 3 ALPHA (−) ALPHA hyp ▼ ALPHA hyp + 2 =

Đáp án bằng 0

$\Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 2: Cho $\log_9 x=\log_{12}y=\log_{16}\left(x+y\right)$ Giá trị của tỉ số $\dfrac{x}{y}$ là

A. $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Từ đẳng thức $\log_9 x=\log_{12}y\Rightarrow y=12^{\log_9 x}$. Thay vào hệ thức $\log_9 x=\log_{16}\left(x+y\right)$ ta được : $\log_9 x-\log_{16}\left(x+12^{\log_9 x}\right)=0$

Ta có thể dò được nghiệm phương trình $\log_9 x-\log_{16}\left(x+12^{\log_9 x}\right)=0$ bằng chức năng SOLVE

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
log▭▭ 9 ▶ ALPHA) ▶ − log▭▭ 1 6 ▶ ALPHA) + 1 2 $x^{\blacksquare}$ log▭▭ 9 ▶ ALPHA) ▶ ▶ ▶ SHIFT CALC 1 =	$\log_9(X)-\log_{16}(X$ ▶ X= 39.4622117 L−R= 0
Lưu nghiệm này vào giá trị A SHIFT RCL (−)	Ans→A 39.4622117
Tính được giá trị $y=12^{\log_9 x}$ 1 2 $x^{\blacksquare}$ log▭▭ 9 ▶ ALPHA (−) =	$12^{\log_9(A)}$ 63.8511998

Lưu giá trị y này vào biến B SHIFT RCL °'''	Ans→B 63.8511998
Tỉ số $\frac{x}{y}=\frac{A}{B}$ ▭/▭ ALPHA (−) ▼ ALPHA °''' =	$\frac{A}{B}$ 0.6180339887

Ta thấy $0,6180339887=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\Rightarrow$ ***Chọn B.***

Kĩ thuật 14: So sánh lũy thừa các số, tìm số chữ số của một lũy thừa

Phương pháp:

Phần nguyên của một số: số N được gọi là phần nguyên của một số A nếu $N\le A<N+1$. Kí hiệu $N=\left[A\right]$.

Phím **Int**: ALPHA + Phần nguyên của một số.

Số chữ số của một số nguyên dương: $\left[\log A\right]+1$.

Ví dụ 1: So sánh nào sau đây là đúng?
A. $11^{2003}>9^{2500}$ **B.** $23^{693}<25^{600}$
C. $29^{445}<31^{523}$ **D.** $29^{445}>31^{523}$

Bài giải

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
Số chữ số của 11^{2003} và 9^{2500} trong hệ thập phân lần lượt là :	
ALPHA + 2 0 0 3 log 1 1)) + 1 = ALPHA + 2 5 0 0 log 9)) + 1 =	Int(2003log(11))▸ 2086 Int(2500log(9))▸ 2386
Số chữ số của 9^{2500} nhiều hơn số chữ số của 11^{2003} nên $9^{2500}>11^{2003}$ $\Rightarrow$ ***A sai***	
Số chữ số của 23^{693} và 25^{600} trong hệ thập phân lần lượt là :	

ALPHA + 6 9 3 log 2 3)) + 1 =	Int(693log(23))▸ 944
ALPHA + 6 0 0 log 2 5)) + 1 =	Int(600log(25))▸ 839
Số chữ số của 23^{693} nhiều hơn số chữ số của 25^{600} nên $23^{693} > 25^{600}$ $\Rightarrow$ ***B sai***	
Số chữ số của 29^{445} và 31^{523} trong hệ thập phân lần lượt là:	
ALPHA + 6 9 3 log 2 3)) + 1 =	Int(445log(29))▸ 651
ALPHA + 6 0 0 log 2 5)) + 1 =	Int(523log(31))▸ 780
Số chữ số của 29^{445} nhỏ hơn số chữ số của 31^{523} nên $29^{445} < 31^{523}$	

$\Rightarrow$ ***Chọn C.***

Ví dụ 2: Gọi m là số chữ số cần dùng khi viết số 2^{30} trong hệ thập phân và n là số chữ số cần dùng khi viết số 30^2 trong hệ nhị phân. Ta có tổng $m+n$ là

A. 18 **B.** 20 **C.** 19 **D.** 21

Lời giải

Đặt $2^{30} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 2^{30}$. Số chữ số của 2^{30} trong hệ thập phân là $[k]+1$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
ALPHA + 3 0 log 2)) + 1 =	Int(30log(2))+1 10

Vậy số chữ số của 2^{30} trong hệ thập phân là 10

Đặt $30^2 = 900 = 2^h \Leftrightarrow h = \log_2 900$. Số chữ số của 30^2 trong hệ nhị phân là $[h]+1$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
ALPHA + log▫□ 2 ▶ 9 0 0 ▶) + 1 =	Int(log₂(900))+1 10

Vậy số chữ số của 30^2 trong hệ nhị phân là 10 $\Rightarrow m+n = 10+10 = 20$

$\Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 3 : Nhà toán học Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fecmat $F_n = 2^{2^n} + 1$ là một số nghuyên tố với n là số dương không âm. Hãy tìm số chữ số của F_{13} trong hệ nhị phân?
A. 1243 **B.** 1234 **C.** 2452 **D.** 2467

Lời giải

Số F_{13} có dạng $2^{2^{13}} + 1$. Ta thấy số $2^{2^{13}} + 1$ không thể tận cùng là 9 nên số chữ số của $2^{2^{13}} + 1$ cũng chính là số chữ số của $2^{2^{13}}$ trong hệ thập phân.

Đặt $2^{2^{13}} = 10^k \Leftrightarrow k = 2^{13}\log(2)$.

Số chữ số của $2^{2^{13}}$ trong hệ thập phân là $[k] + 1$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
ALPHA + 2 $x^\blacksquare$ 1 3 ▶ log 2)) + 1 =	Int(2^{13}log(2))+▷ 2467

$\Rightarrow$ ***Chọn D.***

Kĩ thuật 15: **Tìm số ước tự nhiên của 1 số nguyên:**

+ Phân tích số ra thừa số nguyên tố dạng: $A = a^m.b^n.c^p...$

Để phân tích ra thừa số nguyên tố ta nhập số đó bấm dấu = sau đó bấm phím SHIFT °'''

+ Số ước tự nhiên của số A là $(m+1)(n+1)(p+1)$

Ví dụ : Số 121500 có bao nhiêu ước tự nhiên?
A. 72 **B.** 30 **C.** 36 **D.** 142

Lời giải

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
1 2 1 5 0 0 = SHIFT °'''	121500 $2^2\times3^5\times5^3$

Do đó $121500 = 2^2.3^5.5^3$.

Vậy số ước tự nhiên của 121500 là $(2+1)(5+1)(3+1) = 72 \Rightarrow$ ***Chọn A.***

Kĩ thuật 16: **Tính nguyên hàm**

Phương pháp:

+ Tính giá trị hàm số tại 1 điểm thuộc tập xác định

+ Tính đạo hàm các đáp án tại điểm đó

Lấy $f(A)-\frac{d}{dx}\left(F(x)\right)\Big|_{x=A}$ CALC giá trị bất kì thuộc tập xác định. Nếu đáp án nào bằng 0 thì chọn đáp án đó.

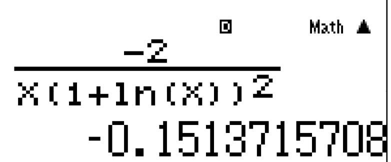
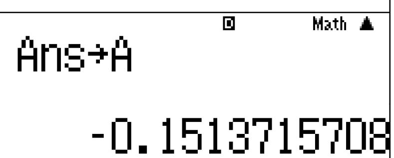
Ví dụ: Tìm nguyên hàm của $\int \frac{-2}{x(1+\ln x)^2}dx$?

A. $\frac{1+\ln x}{1-\ln x}+C$ **B.** $\frac{1-\ln x}{1+\ln x}+C$ **C.** $\frac{-1+\ln x}{1+\ln x}+C$ **D.** $\frac{1+\ln x}{-1+\ln x}+C$

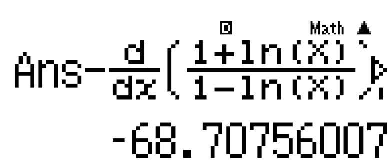
Lời giải

Tính giá trị $\frac{-2}{x(1+\ln x)^2}$ tại điểm bất kì thuộc tập xác định ví dụ

chọn $X=3$ và lưu thành biến A

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
[▭/▭] [−] [2] [▼] [ALPHA] [)] [(] [1] [+] [ln] [ALPHA] [)] [)] [)] [x^2] [CALC] [3] [=]	
[SHIFT] [RCL] [(−)]	

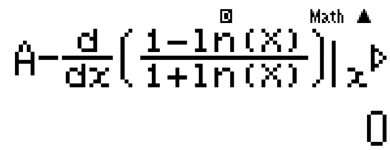
Kiểm tra đáp án A. Lấy $A-\frac{d}{dx}\left(\frac{1+\ln X}{1-\ln X}\right)\Big|_{X=3}$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
[−] [SHIFT] [∫▭] [▭/▭] [1] [+] [ln] [ALPHA] [)] [)] [▼] [1] [−] [ln] [ALPHA] [)] [)] [▶] [▶] [3] [=]	

Kết quả khác 0 nên loại đáp án A

Kiểm tra đáp án B. Lấy $A-\frac{d}{dx}\left(\frac{1-\ln X}{1+\ln X}\right)\Big|_{X=3}$

Bấm nút quay lại để sửa biểu thức trong đạo hàm

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
◀ ◀ ◀ ◀ ◀ ◀ ◀ ◀ DEL + ▲ ◀ ◀ ◀ DEL − =	

Kết quả bằng $0 \Rightarrow$ ***Chọn B.***

Kĩ thuật 17: **Tính tích phân và các ứng dụng tích phân**

Phương pháp:

+ Để tính giá trị 1 tích phân xác định ta sử dụng lệnh ∫□

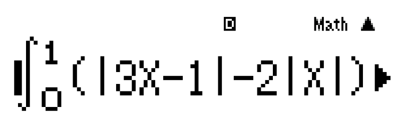
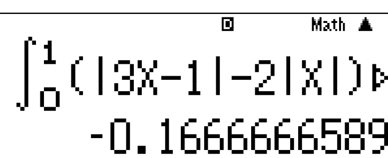
Ví dụ 1: Tích phân $\int_0^1 \left(|3x-1|-2|x|\right)dx$ bằng

A. $-\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{7}{6}$ **C.** $\frac{-11}{6}$ **D.** 0

Lời giải

Nhập tích phân $\int_0^1 \left(|3x-1|-2|x|\right)dx$

Chú ý: Giá trị tuyệt đối SHIFT hyp

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
∫□ (SHIFT hyp 3 ALPHA) − 1 ▶ − 2 SHIFT hyp ALPHA) ▶) ▼ 0 ▲ 1	
Nhấn nút = ta sẽ nhận được giá trị tích phân là $I=-0,016666589$	

Lưu vào biến A SHIFT RCL (−)	Ans→A -0.1666666589
Sau đó trừ đi các đáp án	A+1÷6 7.755105×10^{-9}

Kết quả bằng 0 $\Rightarrow$ ***Chọn A.***

Ví dụ 2: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\ln(x+1), y=\ln 2.\sqrt{x}, x=2$?

A. $\ln\sqrt[3]{16}.\left(\sqrt{2}+1\right)-3\ln 3+1$

B. $-\frac{4}{3}\ln 2.\left(\sqrt{2}+1\right)+3\ln 3-1$

C. $\ln\frac{16}{27}+\frac{4}{3}\sqrt{2}\ln 2+1$

D. $\ln\frac{\sqrt[3]{16}}{27}+\frac{4}{3}\ln 2^{\sqrt{2}}+1$

Lời giải

Cận đầu tiên là $x=2$. Dùng chức năng SHIFT SOLVE giải phương trình hoành độ giao điểm $\Leftrightarrow \ln(x+1)-\ln 2.\sqrt{x}=0$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
ln ALPHA) + 1) − ln 2 √ ALPHA) ▶) SHIFT CALC =	ln(X+1)−ln(2√X) X= 1 L−R= 0

Ta được nghiệm $x=1$. Vậy ta tìm được hai cận $x=1; x=2$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai hàm số $y=\ln(x+1)$, $y=\ln 2.\sqrt{x}$ và hai đường thẳng $x=1; x=2$ là $S=\int_1^2\left|\ln(x+1)-\ln 2.\sqrt{x}\right|dx$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
∫ SHIFT hyp ln ALPHA) + 1) − ln 2) × √ ALPHA) ▼ 1 ▲ 2 =	$\int_1^2$ |ln(X+1)−ln(2▶ 0.0646297673

Lưu kết quả vừa tìm được vào biến A sau đó trừ đi các kết quả ở các đáp án kết quả nào bằng 0 thì chọn.

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
SHIFT RCL (−)	Ans→A 0.0646297673
Thay đáp án A ALPHA (−) − (ln SHIFT √■ 1 6 ▶ (√■ 2 ▶ + 1) − 3 ln 3) + 1) =	A−(ln(∛16(√2+1▷ −1.267102834
Kết quả khác 0 nên loại A, tiếp theo thay đáp án B	
ALPHA (−) − (− ■/■ 4 ▼ 3 ▶ ln 2) (√■ 2 ▶ + 1) + 3 ln 3) − 1) =	A−(−4/3 ln(2)(√2+:▷ -1.5×10^{-14}

Kết quả bằng 0 $\Rightarrow$ ***Chọn B*.**

Ví dụ 3: Cho D là miền hình phẳng giới hạn bởi :

$y=\sqrt{\sin x}; y=0; x=0; x=\dfrac{\pi}{2}$. Khi D quay quanh Ox tạo thành một khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay thu được là

A. 1 **B.** π **C.** 2π **D.** 2

Lời giải

Hàm thứ nhất : $y=\sqrt{\sin x}$, hàm thứ hai : $y=0$

Cận thứ nhất : $x=0$, cận thứ hai : $x=\dfrac{\pi}{2}$

Thể tích $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left|\left(\sqrt{\sin x}\right)^2-0^2\right|dx$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
SHIFT MODE 4 SHIFT $\times10^x$ ∫□ SHIFT hyp sin ALPHA)) ▼ 0 ▲ ■/■ SHIFT $\times10^x$ ▼ 2 =	$\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\lvert\sin(X)\rvert dx$ π

$\Rightarrow V=\pi \Rightarrow$ ***Chọn B***

Ví dụ 4 : Biết $\int\limits_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$ với a,b,c là các số nguyên. Tính $S = a+b+c$

A. $S=6$ **B.** $S=2$ **C.** $S=-2$ **D.** $S=0$

Lời giải

Tính tích phân $\int\limits_3^4 \frac{dx}{x^2+x}$ và lưu vào biến A

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
∫ ▭/▭ 1 ▼ ALPHA) x² + ALPHA) ▼ 3 ▲ 4 =	$\int_3^4 \frac{1}{X^2+X}dx$ 0.06453852114
SHIFT RCL (−)	Ans→A 0.06453852114
Khi đó $A = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5 \Leftrightarrow A = \ln\left(2^a.3^b.5^c\right) \Leftrightarrow 2^a.3^b.5^c = e^A = \frac{16}{15}$	
ALPHA ×10ˣ x■ ALPHA (−) =	e^A $\frac{16}{15}$

Ta có: $\frac{16}{15} = \frac{2.2.2.2}{3.5} = 2^4.3^{-1}.5^{-1} = 2^a.3^b.5^c \Rightarrow a=4; b=-1; c=-1 \Rightarrow S=2$

$\Rightarrow$ ***Chọn B.***

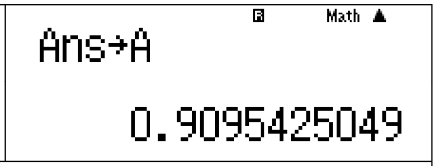
Ví dụ 5 : Cho $I = \int\limits_1^2 \ln(x+1)dx = a\ln 3 + b\ln 2 + c \ \left(a,b,c \in Z\right)$. Tính giá trị của biểu thức $a+2b-3c$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

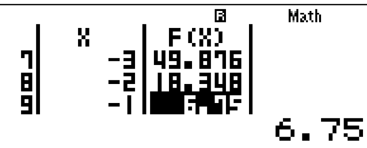
Lời giải

Tính giá trị tích phân $I = \int\limits_1^2 \ln(x+1)dx$ rồi lưu vào biến A

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
∫ ln ALPHA) + 1) ▼ 1 ▲ 2 =	$\int_1^2 \ln(X+1)dx$ 0.9095425049

SHIFT RCL (−)	
Khi đó $a\ln 3+b\ln 2+c=A \Leftrightarrow \ln(3^a.2^b.e^c)=\ln e^A \Leftrightarrow 3^a.2^b.e^c=e^A \Leftrightarrow 3^a.2^b=\dfrac{e^A}{e^c}$	

Để tính được $3^a.2^b$ ta sử dụng chức năng MODE 7 với hàm: $f\left(X\right)=3^a.2^b=\dfrac{e^A}{e^c}$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 7 ▭ ALPHA $\times10^x$ $x^\blacksquare$ ALPHA (−) ▼ ALPHA $\times10^x$ $x^\blacksquare$ ALPHA) = = − 9 = 1 0 = 1 =	

Quan sát màn hình xem giá trị nào của $f\left(X\right)$ là số hữu tỉ thì nhận.

Dễ thấy với $X=c=-1$ thì $3^a.2^b=6.75=\dfrac{27}{4}=3^3.2^{-2} \Rightarrow a=3;b=-2$

Vậy $a+2b-3c=3-4+3=2 \Rightarrow$ ***Chọn C.***

Kĩ thuật 18: **Tìm phần thực, phần ảo, Môđun, Argument, số phức liên hợp**

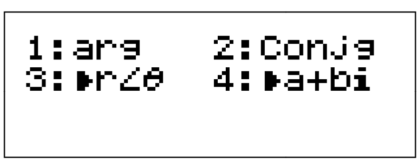
Phương pháp:

+ Để xử lý số phức ta sử dụng tổ hợp phím MODE 2 **(CMPLX).**

+ Lệnh tính Môđun của số phức là SHIFT hyp

+ Lệnh tính số phức liên hợp $\bar{z}$ là SHIFT 2 2

+ Lệnh tính Acgument của số phức là SHIFT 2 1



1: arg: Một Argument của số phức $z=a+bi$.

2: Conjg: Số phức liên hợp của số phức $z=a+bi$.

3: $r\angle\theta$**:** Chuyển số phức $z=a+bi$ thành Môđun $\angle$ agrment

4: $a+bi$**:** Chuyển về dạng $z=a+bi$ (thường áp dụng cho những môn khác và chuyển từ dạng lượng giác sang dạng đại số).

Ví dụ 1: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$
A. $\bar{z}=3-i$ **B.** $\bar{z}=-3+i$ **C.** $\bar{z}=3+i$ **D.** $\bar{z}=-3-i$

Lời giải

Bấm MODE 2 và ấn SHIFT 2 2.

Nhập như sau: $\text{conjg}\left(i\left(3i+1\right)\right)$ và ấn =.

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 SHIFT 2 2 ENG (3 ENG + 1) =	CMPLX Math ▲ Conjg(i(3i+1) -3-i

$\Rightarrow \bar{z}-3-i \Rightarrow$ ***Chọn D.***

Ví dụ 2: Tìm môđun của số phức thỏa mãn $\left(1-3i\right)z+3i=7i-2$

A. $\left|z\right|=1$ **B.** $\left|z\right|=4$ **C.** $\left|z\right|=\sqrt{2}$ **D.** $\left|z\right|=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

Chuyển z về dạng $z=\dfrac{7i-2-3i}{1-3i}$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 SHIFT hyp ▭ 7 ENG − 2 − 3 ENG ▼ 1 − 3 ENG =	CMPLX Math ▲ $\left\|\dfrac{7i-2-3i}{1-3i}\right\|$ $\sqrt{2}$

Vậy $\left|z\right|=\sqrt{2} \Rightarrow$ ***Chọn C.***

Ví dụ 3: Nếu số phức z thỏa mãn $\left|z\right|=1$ thì phần thực của $\dfrac{1}{1-z}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** $-\dfrac{1}{2}$ **C.** 2 **D.** -1

Lời giải

Đặt số phức $z=a+bi$ thì $\left|z\right|=\sqrt{a^2+b^2}=1$

Chọn $a=0.5 \Rightarrow \sqrt{0.5^2+b^2}=1$. Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE để tìm b và lưu giá trị này vào B

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 1 √▭ 0 • 5 x^2 + ALPHA) x^2 ▶ − 1 SHIFT CALC 0 • 5 =	Math $\sqrt{0.5^2+X^2}-1$ X= 0.8660254038 L-R= 0

SHIFT RCL °'''	Ans→B 0.8660254038

Trở lại chế độ CMPLX để tính giá trị $\dfrac{1}{1-z}$:

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 ▭ 1 ▼ 1 − (0 • 5 + ALPHA °''' ENG) =	$\dfrac{1}{1-(0.5+Bi)}$ $\frac{1}{2}+0.8660254038i$

Vậy phần thực của z là $\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ ***Chọn A.***

Kĩ thuật 19: Tìm căn bậc hai số phức

Phương pháp

Cách 1: **Để máy ở chế độ MODE 2. Bình phương các đáp án xem đáp án nào trùng với số phức đề cho.**

Cách 2: Để máy ở chế độ MODE 2.

+ Nhập số phức z bằng để lưu vào **Ans**

+ Viết lên màn hình:

$\sqrt{\lvert Ans \rvert}\angle\dfrac{arg(Ans)}{2}$ √▭ SHIFT hyp Ans ▶ ▶ SHIFT (−) 2 1 Ans) ▭ 2

+ Nhấn = được một trong hai căn bậc hai của số phức z. căn bậc hai còn lại ta đảo dấu cả phần thực và phần ảo.

Cách 3: **Để chế độ MODE 1.**

+ Ấn SHIFT + sẽ xuất hiện và nhập **Pol(** phần thực, phần ảo) và sau đó ấn =. Lưu ý dấu "," là SHIFT).

+Ấn tiếp SHIFT − sẽ xuất hiện và nhập $\mathrm{Rec}\left(\sqrt{X},\dfrac{Y}{2}\right)$ sau đó ấn = thì được lần lượt phần thực, phần ảo của căn bậc hai số phức.

Ví dụ : Tìm một căn bậc hai của số phức $(1-2i)z = 4i - 2 - (2i + 9)$. **A.** $2+2i$ **B.** $1-2i$ **C.** $1+2i$ **D.** $-1-2i$

Lời giải

Để chế độ MODE 2 thu gọn số phức

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
AC ▭/▭ 4 ENG − 2 − (2 ENG + 9) ▼ 1 − 2 ENG =	CMPLX Math ▲ $\frac{4i-2-(2i+9)}{1-2i}$ -3-4i

Sau đó rút gọn z về dạng tối giản $z = -3 - 4i$.

Cách 1: Bình phương các đáp án ta được đáp án B.

Cách 2: Bật chế độ MODE 2.

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
√▭ SHIFT hyp Ans ▶ ▶ SHIFT (−) ▭/▭ SHIFT 2 1 Ans) ▼ 2 =	CMPLX Math ▲ $\sqrt{\lvert Ans \rvert}\angle\frac{\arg(Ans)}{2}$ 1-2i

Vậy số phức có một căn bậc hai là $z = 1 - 2i \Rightarrow$ ***Chọn B.***

Cách 3: Bật lại chế độ MODE 1.

Bấm $Pol(-3,-4)$ bấm = tiếp tục bấm $\mathrm{Rec}(\sqrt{X}, \mathrm{Y}:2)$ bấm =

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
SHIFT + − 3 SHIFT) − 4) =	Math ▲ Pol(-3,-4) r=5,θ=-126.8698▸
SHIFT − √▭ ALPHA) ▶ SHIFT) ALPHA S⇔D ÷ 2) =	Math ▲ Rec(√X,Y÷2) X=1,Y=-2

Vậy số phức có một căn bậc hai là $z = 1 - 2i \Rightarrow$ ***Chọn B.***

Kĩ thuật 20: Chuyển số phức về dạng lượng giác

Phương pháp:

Bật chế độ MODE 2. Nhập số phức vào màn hình rồi ấn SHIFT 2 3 được $r\angle\theta$. Trong đó r là môđun, θ là góc lượng giác.

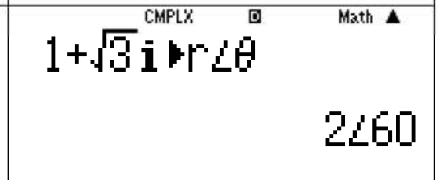
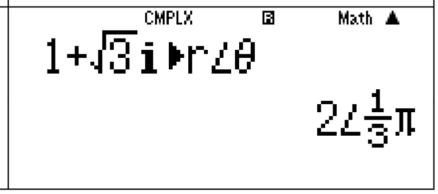
Ngược lại, bấm $r\angle\theta$ rồi bấm SHIFT 2 4.

Ví dụ: Cho số phức $z=1+\sqrt{3}i$. Tìm góc lượng giác của số phức *z*?

A. $\frac{\pi}{6}$ **B.** $\frac{\pi}{2}$ **C.** $\frac{\pi}{3}$ **D.** $\frac{\pi}{4}$

Lời giải

Bật chế độ MODE 2 sau đó nhập số phức vào màn hình và bấm SHIFT 2 3 để chuyển sang Radian bấm SHIFT MODE 4

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 1 + √■ 3 ▶ ENG SHIFT 2 3 =	
SHIFT MODE 4	

$\Rightarrow$ ***Chọn C.***

Kĩ thuật 21: **Biểu diễn hình học của số phức. Tìm quỹ tích các điểm biểu diễn số phức**

Phương pháp

Đặt $z=x+yi$, biểu diễn số phức theo yêu cầu đề bài, từ đó khử i và thu về một hệ thức mới :

+ Nếu hệ thức có dạng $Ax+By+C=0$ thì tập hợp điểm là đường thẳng

+ Nếu hệ thức có dạng $\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=R^2$ thì tập hợp điểm là đường tròn tâm $I\left(a;b\right)$ bán kính R

+ Nếu hệ thức có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ thì tập hợp điểm có dạng một Elip

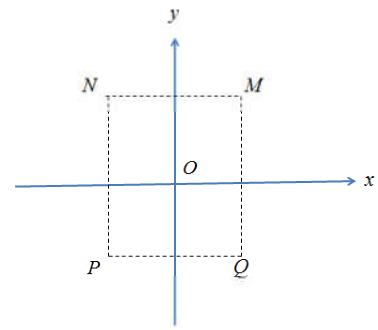
+ Nếu hệ thức có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ thì tập hợp điểm là một Hyperbol

+ Nếu hệ thức có dạng $y=Ax^2+Bx+C$ thì tập hợp điểm là một Parabol

+ Tìm điểm đại diện thuộc quỹ tích cho ở đáp án rồi thế ngược vào đề bài, nếu thỏa mãn thì là đúng

Đường thẳng thay 2 điểm, đường cong thay 3 điểm.

Ví dụ 1: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3 - i$ Hỏi điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q



A. điểm P **B.** điểm Q

C. điểm M **D.** điểm N

Lời giải

Sử dụng máy tính Casio trong môi trường CMPLX để tìm z

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 ▭ 3 − ENG ▼ 1 + ENG =	CMPLX Math ▲ $\frac{3-i}{1+i}$ $1-2i$

$\Rightarrow z = 1 - 2i$ và điểm biểu diễn z trong hệ trục thực ảo có tọa độ $(1;-2)$ Điểm có thực dương và ảo âm sẽ nằm ở góc phần tư thứ IV

$\Rightarrow$ Điểm phải tìm là $Q \Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 2 : Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$

A. $4x - 2y + 1 = 0$ **B.** $4x - 2y - 1 = 0$

C. $4x + 2y - 1 = 0$ **D.** $4x - 6y - 1 = 0$

Lời giải

Gọi số phức z có dạng $z = a + bi$. Ta hiểu : điểm M biểu diễn số phức z thì M có tọa độ $M(a;b)$.

Giả sử đáp án **A** đúng thì M thuộc đường thẳng $4x - 2y + 1 = 0$ thì

$4a - 2b + 1 = 0$

Chọn $a = 1$ thì $b = \frac{5}{2} \Rightarrow z = 1 + 2.5i$. Số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$ thì

$|z - 2 - i| - |\bar{z} + 2i| = 0$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
SHIFT hyp 1 + 2 • 5 ENG − 2 − ENG ▶ − SHIFT hyp 1 − 2 • 5 ENG + 2 ENG =	CMPLX Math ▲ $\lvert 1+2.5i-2-i\rvert-\lvert 1$ ▸ $\frac{\sqrt{13}-\sqrt{5}}{2}$

Ta thấy ra một kết quả khác 0 Loại A.

Tương tự với đáp số B chọn $a = 1$ thì $b = 1.5$ và $z = 1 + 1.5i$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
SHIFT hyp 1 + 1 . 5 ENG − 2 − ENG ▶ − SHIFT hyp 1 − 1 . 5 ENG + 2 ENG =	CMPLX Math ▲ |1+1.5i−2−i|−|1▶ 0

Kết quả ra 0 vậy $\left|z-2-i\right|-\left|\bar{z}+2i\right|=0 \Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 3: Cho các số phức z thỏa mãn $\left|z\right|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=4$ **B.** $r=5$ **C.** $r=20$ **D.** $r=22$

Lời giải

Để tìm 1 đường tròn ta cần 3 điểm biểu diễn của w, vì z sẽ sinh ra w nên đầu tiên ta sẽ chọn 3 giá trị đại diện của z thỏa mãn $\left|z\right|=4$

+ Chọn $z=4+0i$ (thỏa mãn $\left|z\right|=4$). Tính $w_1=(3+4i)(4+0i)+i$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
(3 + 4 ENG) × 4 + ENG =	CMPLX Math ▲ (3+4i)×4+i 12+17i

Ta có điểm biểu diễn của z_1 là $M(12;17)$

+ Chọn $z=4i$ (thỏa mãn $\left|z\right|=4$). Tính $w_2=(3+4i)(4i)+i$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
(3 + 4 ENG) × 4 ENG + ENG =	CMPLX Math ▲ (3+4i)×4i+i -16+13i

Ta có điểm biểu diễn của z_2 là $N(-16;13)$

Chọn $z=-4i$ (thỏa mãn $\left|z\right|=4$). Tính $w_3=(3+4i)(-4i)+i$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
(3 + 4 ENG) (− 4 ENG) + ENG =	CMPLX Math ▲ (3+4i)(−4i)+i 16−11i

Ta có điểm biểu diễn của z_3 là $P\left(16;-11\right)$

Vậy ta có 3 điểm M,N,P thuộc đường tròn biểu diễn số phức w

Đường tròn này sẽ có dạng tổng quát $x^2+y^2+ax+by+c=0$. Để tìm a,b,c ta sử dụng máy tính Casio với chức năng MODE 5 3

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 5 2 1 2 = 1 7 = 1 = − 1 2 x^2 − 1 7 x^2 = − 1 6 = 1 3 = 1 = − 1 6 x^2 − 1 3 x^2 = 1 6 = − 1 1 = 1 = − 1 6 x^2 − 1 1 x^2 = =	Math▼ X= 0 Math▼▲ Y= -2 Math ▲ Z= -399

Phương trình đường tròn : $x^2+y^2-2y-399=0 \Leftrightarrow x^2+\left(y-1\right)^2=20^2$

Bán kính đường tròn tập hợp điểm biểu diễn số phức w là 20

$\Rightarrow$ ***Chọn C.***

Kĩ thuật 22 : **Tìm số phức, giải phương trình số phức.**

Kĩ thuật CALC và CALC: 100+ 0,01i

Phương pháp

+ Nếu phương trình cho sẵn nghiệm thì thay từng đáp án

+ Nếu phương trình bậc 2,3 chỉ chứa z với hệ số thực, ta giải như phương trình số thực (nhận cả nghiệm phức).

+ Nếu phương trình chứa cả $z;\bar{z};|z|$...dùng kĩ thuật CALC với $X=100;Y=0,01$ sau đó phân tích kết quả.

Ví dụ 1: Phương trình $z^2-\left(5-i\right)z+8-i=0$ có nghiệm là:

A. $z=3+i;z=-3-i$ **B.** $z=1-3i;z=-1+3i$

C. $z=3-2i;z=2+i$ **D.** $z=1+i;z=-1-i$

Lời giải

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 ALPHA) x^2 − (5 − ENG) ALPHA) + 8 − ENG CALC 3 + ENG =	CMPLX Math ▲ X²−(5−i)X+8−i 3i
Kết quả khác 0 loại A, tiếp theo nhìn sang đáp án B thay $z=1-3i$	
− 1 + 3 ENG =	CMPLX Math ▲ X²−(5−i)X+8−i 2−23i
Kết quả khác 0 loại B, thay đáp án C thay $z=3-2i$	
CALC 3 − 2 ENG =	CMPLX Math ▲ X²−(5−i)X+8−i 0
Kết quả bằng 0 thay tiếp $z=2+i$	
CALC 2 + ENG =	CMPLX Math ▲ X²−(5−i)X+8−i 0

$\Rightarrow$ ***Chọn C.***

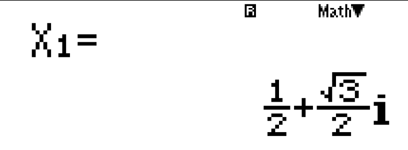
Ví dụ 2: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

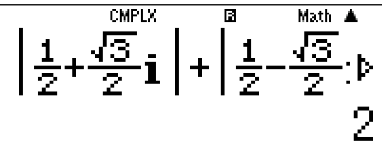
Lời giải

Tính nghiệm của phương trình bậc hai $z^2 - z + 1 = 0$ bằng chức năng MODE 5 3

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 5 3 1 = − 1 = 1 = =	Math▼ X1= $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

Vậy ta được hai nghiệm $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ và $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tính tổng Môđun của hai số phức trên ta lại dùng chức năng SHIFT HYP

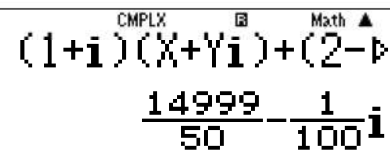
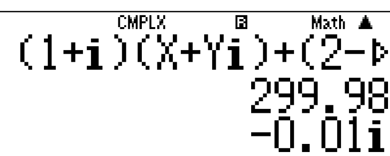
Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 SHIFT hyp □/□ 1 ▼ 2 ▶ + □/□ √■ 3 ▼ 2 ▶ ENG ▶ + SHIFT hyp □/□ 1 ▼ 2 ▶ − □/□ √■ 3 ▼ 2 ▶ ENG =	

$\Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2 \Rightarrow$ ***Chọn B.***

Ví dụ 3: Cho số phức thỏa mãn: $(1+i)z + (2-i)\overline{z} = 11 + i$. Tính $\|z\|$?
A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** $\sqrt{10}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Lời giải

Nhập phương trình với $z = X + Yi; \overline{z} = X - Yi$ CALC $X = 100; Y = 0,01$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 (1 + ENG) (ALPHA) + ALPHA S⇔D ENG) + (2 − ENG) (ALPHA) − ALPHA S⇔D ENG) CALC 1 0 0 = 0 • 0 1 =	
S⇔D	

Ta có kết quả vế trái $299,98 - 0,01i$

Phân tích $299,98 = 300 - 0,02 = 3x - 2y$ và $0,01i = yi$

Đồng nhất vế trái và vế phải cho phần thực và phần ảo bằng nhau

$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow z = 3 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{10} \Rightarrow$ ***Chọn C.***

Cách 2 : Xem công thức giải nhanh số phức. Cho số phức z thỏa mãn:

$az + b\bar{z} = c$ thì : $z = \dfrac{c\bar{a} - \bar{c}b}{|a|^2 - |b|^2} \Rightarrow$ ***Chọn C.***

Kĩ thuật 23: Giải phương trình số phức dùng phương pháp lặp New tơn

Phương pháp

+ Nhập 1 số bất kì sau đó bấm $\boxed{=}$ máy tính cho kết quả đó là $\boxed{\mathbf{Ans}}$

+ Sau đó nhập $\boxed{\mathbf{Ans} - \dfrac{f(\mathbf{Ans})}{f'(\mathbf{Ans})}}$ bấm dấu $\boxed{=}$ liên tiếp cho đến khi kết quả không thay đổi ta được 1 nghiệm.

+ Tìm nghiệm còn lại ta dựa vào Vi-et: $x_1.x_2 = \dfrac{c}{a}$

Ví dụ: Cho số phức z thỏa mãn : $z^2 + (2+3i)z - 4 + 18i = 0$. Tính giá trị $|z_1|^2 + 2|z_2|^2$.

A. 8. **B.** 34. **C.** 54. **D.** 27.

Lời giải

Nhập 1 số bất kì ví dụ nhập 1 $\boxed{=}$

Sau đó nhập $\boxed{\mathbf{Ans} - \dfrac{f(\mathbf{Ans})}{f'(\mathbf{Ans})}}$ bấm dấu $\boxed{=}$ liên tiếp đến khi kết quả không thay đổi sẽ tìm được nghiệm.

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 2 1 = − ▭/▭ Ans x^2 + (2 + 3 ENG) Ans − 4 + 1 8 ENG ▼ 2 Ans + 2 + 3 ENG	CMPLX Math ▲ $\dfrac{s^2+(2+3i)Ans-4}{2Ans+2+3i}$
=	CMPLX Math ▲ $Ans-\dfrac{Ans^2+(2+3i)}{2Ans+2}$ $-\dfrac{34}{25}-\dfrac{87}{25}i$
=	CMPLX Math ▲ $Ans-\dfrac{Ans^2+(2+3i)}{2Ans+2}$ $\dfrac{532}{225}-\dfrac{259}{225}i$

=	CMPLX Math ▲ $Ans-\frac{Ans^2+(2+3i)}{2Ans+2}$ 0.8578543858−3.
=	CMPLX Math ▲ $Ans-\frac{Ans^2+(2+3i)}{2Ans+2}$ 2.265002022−3.9
=	CMPLX Math ▲ $Ans-\frac{Ans^2+(2+3i)}{2Ans+2}$ 2.005444684−3.9
=	CMPLX Math ▲ $Ans-\frac{Ans^2+(2+3i)}{2Ans+2}$ 1.9999923−3.999
=	CMPLX Math ▲ $Ans-\frac{Ans^2+(2+3i)}{2Ans+2}$ 2−4i

Bấm = liên tiếp vẫn được kết quả $z=2-4i$. Vậy phương trình có nghiệm $z_1=2-4i$. Tìm nghiệm thứ 2. Theo vi-et $z_1z_2=\frac{c}{a}\Rightarrow z_2=\frac{c}{a}:z_1$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
▭/▭ − 4 + 1 8 ENG ▼ 2 − 4 ENG =	CMPLX Math ▲ $\frac{-4+18i}{2-4i}$ −4+i

Vậy $z_1=2-4i;\ z_2=-4+i\Rightarrow |z_1|^2+2|z_2|^2=54\Rightarrow$ ***Chọn C.***

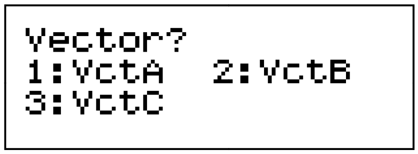
Kĩ thuật 24: Tính tích vô hướng có hướng véc tơ

Phương pháp

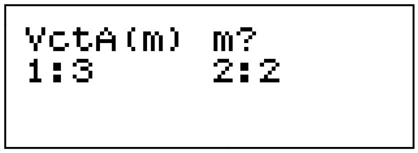
+ Lệnh đăng nhập môi trường vecto MODE 8
+ Nhập thông số vecto MODE 8 1 1
+ Tính tích vô hướng của 2 vecto : vectoA SHIFT 5 7 vectoB
+ Tính tích có hướng của hai vecto : vectoA vectoB
+ Lệnh giá trị tuyệt đối SHIFT HYP
Lệnh tính độ lớn một vecto SHIFT HYP

**** Chức năng* MODE 8 (VECTOR).**

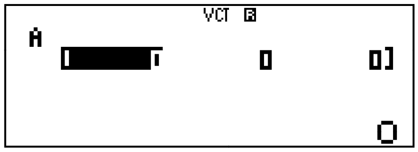
Khi đó màn hình máy tính sẽ xuất hiện như sau:



Nhập dữ liệu cho từng vectơ: Chọn $\boxed{1}$ để nhập cho Vectơ A.



Chọn $\boxed{1}$ để chọn hệ trục tọa độ *Oxyz*.

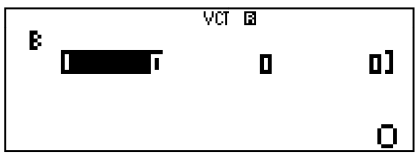


Ví dụ $\vec{a}=(1;2;3), \vec{b}=(3;2;1); \vec{c}=(4;5;6)$

Nhập $\vec{a}=(1;2;3)$ thì bấm $\boxed{1}\ \boxed{=}\ \boxed{2}\ \boxed{=}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$.

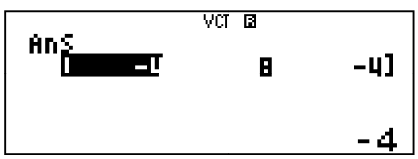
Để nhập tiếp dữ liệu cho vectoB thì bấm

$\boxed{\text{MODE}}\ \boxed{8}\ \boxed{2}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{=}\ \boxed{2}\ \boxed{=}\ \boxed{1}\ \boxed{=}$



Tính tích có hướng của vecto A và B bấm như sau:

$\boxed{\text{AC}}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{5}\ \boxed{3}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{5}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

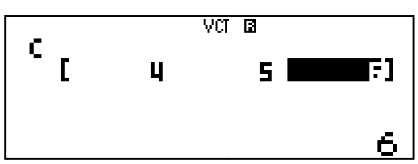


Tính tích vô hướng của hai vecto A và B bấm như sau:

$\boxed{\text{AC}}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{5}\ \boxed{3}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{5}\ \boxed{7}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{5}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

Để tính tích hỗn tạp của ba vecto thì sẽ nhập thêm dữ liệu cho vectoC.

$\boxed{\text{AC}}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{5}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{1}\ \boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{5}\ \boxed{=}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$



AC (SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4) SHIFT 5 7 SHIFT 5 5 =

VCT

(VctA×VctB)·VctC

0

Để tính độ dài vecto A, bấm SHIFT hyp SHIFT 5 3 =

VCT

Abs(VctA)

3.741657387

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;0)$, $B(3;-1;1)$, $C(1;1;1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S=\sqrt{3}$ **B.** $S=\sqrt{2}$ **C.** $S=\frac{1}{2}$ **D.** $S=1$

Lời giải

Nhập 2 vecto $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ vào máy tính Casio

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 8 1 1 2 = − 3 = 1 = MODE 8 2 1 0 = − 1 = 1 =	VCT A [2 -3] 1 VCT B [0 -1] 1

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
ON SHIFT hyp SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4) ÷ 2 =	VCT Abs(VctA×VctB)÷2 1.732050808

$\Rightarrow S_{ABC}=1.732050808...=\sqrt{3}\Rightarrow$ ***Chọn A.***

Ví dụ 2 : Cho $A(2;-1;6)$, $B(-3;-1;-4)$, $C(5;-1;0)$, $D(1;2;1)$. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. 30 **B.** 40 **C.** 50 **D.** 60

Lời giải

Thể tích tứ diện $ABCD$: $V=\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}\right]\right|$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 8 1 1 − 5 = 0 = − 1 0 = MODE 8 2 1 3 = 0 = − 6 = MODE 8 3 1 − 1 = 3 = − 5 = ON SHIFT hyp SHIFT 5 3 SHIFT 5 7 (SHIFT 5 4 × SHIFT 5 5)) ÷ 6 =	VCT Abs(VctA·(VctB×▸ 30

$\Rightarrow V=\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}\right]\right|=30$ $\Rightarrow$ ***Chọn A.***

Ví dụ 3. Tính góc giữa đường thẳng $\Delta:\frac{x+3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+5=0$

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Lời giải

Đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}(2;1;1)$ và mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}(1;2;-1)$. Gọi β là góc giữa giữa 2 vecto $\vec{u},\vec{n}$.

Ta có $\left|\cos(\beta)\right|=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 8 1 1 2 = 1 = 1 = MODE 8 2 1 1 = 2 = − 1 = ON SHIFT hyp SHIFT 5 3 SHIFT 5 7 SHIFT 5 4) ÷ (SHIFT hyp SHIFT 5 3) × SHIFT hyp SHIFT 5 4)) =	VCT Abs(VctA·VctB)÷▸ 0.5
SHIFT sin Ans) =	VCT $\sin^{-1}$(Ans) 30

Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P)

$\Rightarrow \sin\alpha=\left|\cos\beta\right|=0.5 \Rightarrow \alpha=30^0$

$\Rightarrow$ ***Chọn A.***

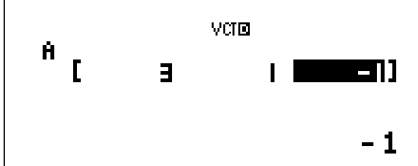
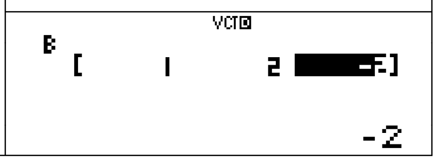
Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}$. Tính khoảng cách từ điểm $M(-2;1;-1)$ tới d

A. $\frac{5}{3}$ **B.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

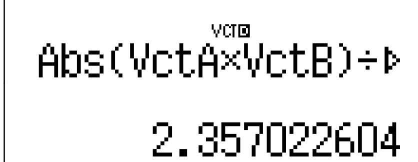
Lời giải

Khoảng cách từ M đến d tính theo công thức : $d(M;d) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{MN}, \vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$

Nhập hai vecto $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{u_d}$ vào máy tính.

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 8 1 1 1 − (− 2) = 2 − 1 = − 2 − − 1 = MODE 8 2 1 1 = 2 = − 2 =	 

Tính $d(M;d) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{MN}, \vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
ON SHIFT hyp SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4) ÷ SHIFT hyp SHIFT 5 4) =	

$\Rightarrow d(M;d) = 2.357022604 = \frac{5\sqrt{2}}{3} \Rightarrow$ ***Chọn D.***

Ví dụ 5 : Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng:

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1} \text{ và } d': \begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \\ z = 6+3t \end{cases}$$

A. $\frac{\sqrt{42}}{9}$ **B.** $\frac{\sqrt{46}}{9}$ **C.** $\frac{\sqrt{46}}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{42}}{3}$

Lời giải

$M(1;-2;3) \in d$ và d có vecto chỉ phương $\vec{u_d}(1;1;-1)$.

$M'(0;1;6)\in d'$ và d' có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u'}(1;2;3)$

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;3;3)$. Hai đường thẳng trên chéo nhau

$\Rightarrow$ Khoảng cách cần tìm là $d(d;d')=\dfrac{\left|\overrightarrow{MM'}\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\right|}{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\right|}$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
MODE 8 1 1 − 1 = 3 = 3 = MODE 8 2 1 1 = 1 = − 1 = MODE 8 3 1 1 = 2 = 3 = ON SHIFT hyp SHIFT 5 3 SHIFT 5 7 (SHIFT 5 4 SHIFT 5 5)) ÷ SHIFT hyp SHIFT 5 4 SHIFT 5 5) =	VCT D Abs(VctA•(VctBV▸ 2.160246899

$d(d;d')=\dfrac{\left|\overrightarrow{MM'}\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\right|}{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\right|}=2,160246899...=\dfrac{\sqrt{42}}{3}\Rightarrow$ ***Chọn D.***